

Ein Experiment zum eindeutigen Nachweis des umgekehrt kubischen Massenanziehungsgrundgesetzes in Physik und Elektrotechnik

Jérôme Marcel Dupré; Ruthstraße 8; D - 44149 Dortmund

Auszug aus $1/r^3$ - Abstandsgrundgesetz der Massenanziehung von Jérôme Marcel Dupré.
Das vollständige Manuskript mit der gesamten Herleitung kann beim Autor angefordert werden.

Zwei Punktmassen oder zwei Punktladungen ziehen sich an oder stoßen sich ab mit einer Kraft $F = \text{const}/r^3$, dabei ist r der Abstand der beiden Einzelelemente. Diese Grundformel entspricht der naturwissenschaftlichen Wahrheit und verlangt - freilich - die entsprechenden rechnerischen Fortpflanzungen für die Belange in Physik und Elektrotechnik.

Bedenken für ein $r \rightarrow 0$ in der Grundformel treten bei ausgedehnten Massen, also körperlichen Gegenständen, niemals mehr ein, selbst dann nicht, wenn zwei solche Volumenkörper sich berühren. - Alle Folgegleichungen gehen für den Grenzfall der weiten Entfernung wieder in die Grundformel des F nach und nach über, und für alle Fälle, in denen bewusst nicht alle drei Hauptrichtungen rechnerisch berücksichtigt werden, tritt im unmittelbaren Nah-, insbesondere Berührungsfall, eine Distribution ein aus den Gesetzen nach Carl Friedrich Gauß und Werner Heisenberg. Die Gravitationsgrundformel F könnte dann aufgrund einer Deutung mit Beweisführung geschrieben werden als

$G = \text{const}(1 - e^{-r^2 / \text{Const}})(1 - e^{-r^2 / \text{Konst}}) / r^3$, wenn man eine Zeit t wegen der Beständigkeit von Massen bzw. auch Ladungsteilchen einmal außer acht lassen darf, und je nach den Konstanten in den Exponenten geht G für bereits den nichtatomaren Nahbereich überaus rasch in die Grundformel F über.

Für deutlich den nichtatomaren Nahbereich kann die Gravitationsgrundformel $F = \text{const}/r^3$ - also das sog. $1/r^3$ -Newton-Coulomb-Grundgesetz - tatsächlich in einem Experiment genau nachgewiesen werden, dadurch ist eine Abhängigkeit $F \sim 1/r^2$ widerlegt und zu verwerfen. Das nachstehend genau beschriebene Experiment ist in seiner Ausführung sehr schön und kann von jedermann selbst durchgeführt werden.

SI-Einheit Ampère

Grundlage der el.-techn. Einheiten im Systeme International d'Unités ist das Ampère aus den zwei Parallellleitungen für die Kraft pro Länge $\frac{F_{\text{mag}}}{L} = \frac{I^2 \mu}{2r^2 \epsilon_0}$ (vektorielle Verträglichkeit: $\frac{F_{\text{mag}} \times L}{I^2} = \frac{\int \vec{I} d\vec{l}}{4\pi^2 \epsilon_0^2}$) aus dem umgekehrt kubischen Grav.-Gyr.-Gesetz. Die mech. SI-Einheiten können nach dem $1/r^3$ -Newton-Coulomb-Abstandsgrundgesetz unverändert stehen bleiben, m (Meter), kg (Kilogramm), s (Sekunde), aber die elektrotechnischen Einheiten können geeignet umgeschrieben werden:

Das Ampère (neu) ist $1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \sqrt{\text{kg}}$, also $1 \frac{\text{m}^2 \sqrt{\text{kg}}}{\text{s}^2} =: 1 \mathcal{A}_3$ (Index 3 zur Kenntlichmachung des $1/r^3$), damit werden im einzelnen:

$$\text{Ampères: } 1 \mathcal{A} \hat{=} 0,10697339... \cdot 10^6 \mathcal{A}_3 \quad \left(1 \mathcal{A}_3 = 1 \frac{\text{m}^2 \sqrt{\text{kg}}}{\text{s}^2} \right)_1$$

$$\text{Volts: } 1 \mathcal{V} \hat{=} 9,34811912... \cdot 10^{-6} \mathcal{V}_3 \quad \left(1 \mathcal{V}_3 = 1 \frac{\sqrt{\text{kg}}}{\text{s}} \right)_1$$

$$\text{Ohm: } 1 \mathcal{Q} \hat{=} 87,387331... \cdot 10^{-12} \mathcal{Q}_3 \quad \left(1 \mathcal{Q}_3 = 1 \frac{\text{s}}{\text{m}^2} \right)_1$$

$$\text{Coulomb: } 1 \mathcal{C} \hat{=} 0,10697339... \cdot 10^6 \mathcal{C}_3 \quad \left(1 \mathcal{C}_3 = 1 \frac{\text{m}^2 \sqrt{\text{kg}}}{\text{s}} \right)_1$$

$$\text{Faradays: } 1 \mathcal{F} \hat{=} 0,0114433... \cdot 10^{12} \mathcal{F}_3 \quad \left(1 \mathcal{F}_3 = 1 \text{m}^2 \right)_1$$

$$\text{Weber: } 1 \mathcal{Wb} \hat{=} 9,34811912... \cdot 10^{-6} \mathcal{Wb}_3 \quad \left(1 \mathcal{Wb}_3 = 1 \sqrt{\text{kg}} \right)_1$$

$$\text{Henry: } 1 \mathcal{H} \hat{=} 87,387331... \cdot 10^{-12} \mathcal{H}_3 \quad \left(1 \mathcal{H}_3 = 1 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2} \right)_1$$

$$\Rightarrow \epsilon_0 \left(= \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0^2} \right) = \frac{1 \text{m}}{\pi^2} \quad \epsilon_0 = 2,99792458... \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

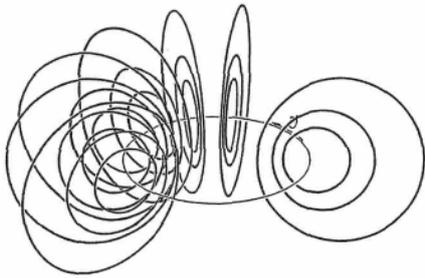
Durch $\sqrt{\text{kg}}$ ist ausgedrückt, dass erst 2 Ladungsteilchen eine mech. Größe ergeben können, z. B. Q_1 mal Q_2 oder auch Q^2 . Aus seiner Formel $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$, die fehlerhaft ist, kann so dann tatsächlich $F = \frac{Q_1 Q_2}{r^3}$ vektoriell $\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2 \vec{r}}{r^4}$, mit dem Einheitsfaktor geschrieben werden: $F = \frac{Q_1 Q_2}{r^3} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3}$

Aus den el.-techn. Einheiten können, zu mehreren, mech. Einheiten entstehen:

$1 \mathcal{V} \cdot 1 \mathcal{A} = 1 \mathcal{W} = 1 \mathcal{V}_3 \cdot 1 \mathcal{A}_3 = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$, $1 \mathcal{C} \cdot 1 \mathcal{V} = 1 \mathcal{J} = 1 \mathcal{C}_3 \cdot 1 \mathcal{V}_3 = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$, eine Zeitkonstante τ , etwa aus \mathcal{R} oder $\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{R}}$, bleibt unverändert dieselbe.

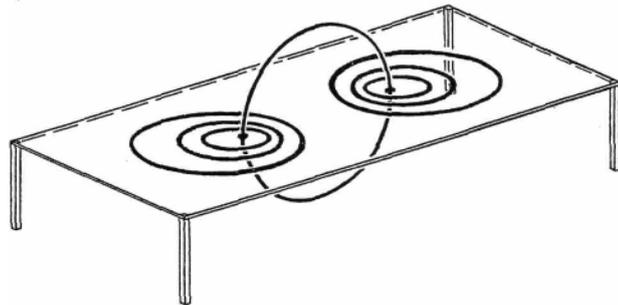
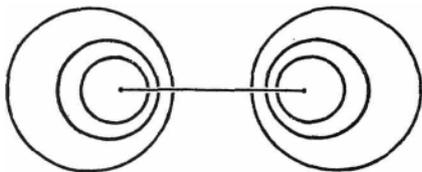
Jérôme M. Dupré

Experimenteller Nachweis der ausschließlich Vollkreislinien als Magnetfeldbahnen
am kreisförmigen Drahttring bei Gleichstrom

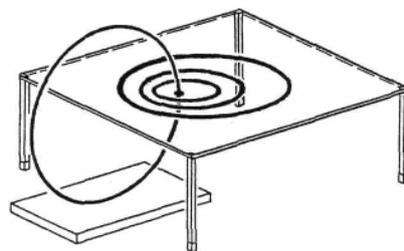
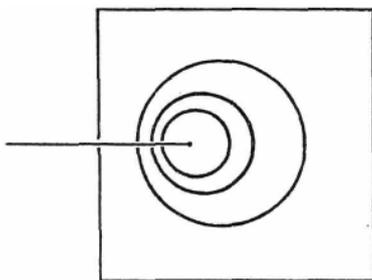


Das Bild von kreisrunden, exzentrisch angeordneten, Magnetfeldlinien des konstanten Kreisstroms kann durch einen geeigneten Versuchsaufbau bestätigt werden unter Ausschaltung aller systematischen Fehler, welche bei der Experimentierung auftreten.

Das gesamte durch den eingeschalteten Gleichstrom I verursachte Magnetfeld ist ein stationäres räumliches Feld, und es ist rotationssymmetrisch zu jener Achse, die die eingeschlossene Fläche des Drahttrings senkrecht und mittig durchstößt.



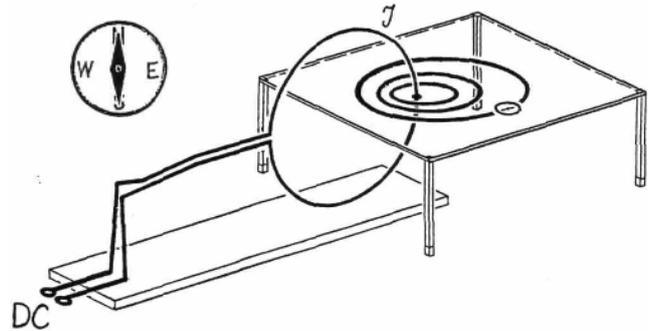
Die Vorbereitung des Experiments erfolgt zunächst durch das sehr akkurate Aufzeichnen von diversen (der unendlich vielen) Feldlinienbahnen auf eine Klarsichtplatte, durch die der Kreisdrahtring senkrecht verläuft, dabei reicht, wegen der Symmetrie, die Halbebene der Platte völlig aus:



Das genaue Auftragen von exzentrisch verlaufenden Kreisbahnen kann selbst im Falle beträchtlich großer Radien sehr einfach und mühelos aus der rechnerisch vorausgesagten

Gleichung der Bahnverläufe vorgenommen werden (s. u.), und auch die Zuleitungen für den Kreisstrom werden (s. u.) geeignet mit erstellt. Ein kleiner Taschenkompass wird nun hinzugenommen, auf die Platte gesetzt, und nach Einschalten eines Gleichstroms I wird die Kompassnadel gesamtresultierend ausschlagen.

Man mag bereits hier schon erwarten, die Nadel schlage an jedem Ort auf der Platte so aus, wie eine eingezeichnete Feldlinie es ihrem Richtungsverlauf nach jeweils hervorbringen würde (tangentielle Ausrichtung der Kompassnadel nach dem jeweiligen Verlauf der eingezeichneten Bahn), aber der Ausschlag erfolgt stets über die



Nadellänge insgesamt. Es hat somit - als ein systematischer Fehler - die eine Nadelspitze einen Vorteil gegenüber der anderen, wegen der in Regel unterschiedlichen Abstände beider Nadelspitzen zum Verlauf des Kreisstroms insgesamt. Hierunter fallen im besonderen auch sämtliche Nadellängenelemente bis hin zum gemeinsamen Aufhängungspunkt, so dass es auf jeden Fall gilt, diesen Systemfehler - wie später erläutert - zu beseitigen.

Als ein weiterer Systemfehler bei den Verlaufsmessungen gilt die Einflussnahme des vorhandenen Erdmagnetfeldes, wozu auch andere Felder hinzuzählen können, und auch dieser Systemfehler kann, wie später aufgezeigt, restlos ausgeräumt werden.

Für handelsübliche Kompanen gilt ohnehin noch, dass sie magnetisch ansprechbare Kleinteile enthalten können, was für den gewöhnlichen Verwendungszweck einer bloßen Nord-Süd-Bestimmung im weiträumig jeweils doch homogenen Erdmagnetfeld einer Umgebung noch unschädlich wäre.

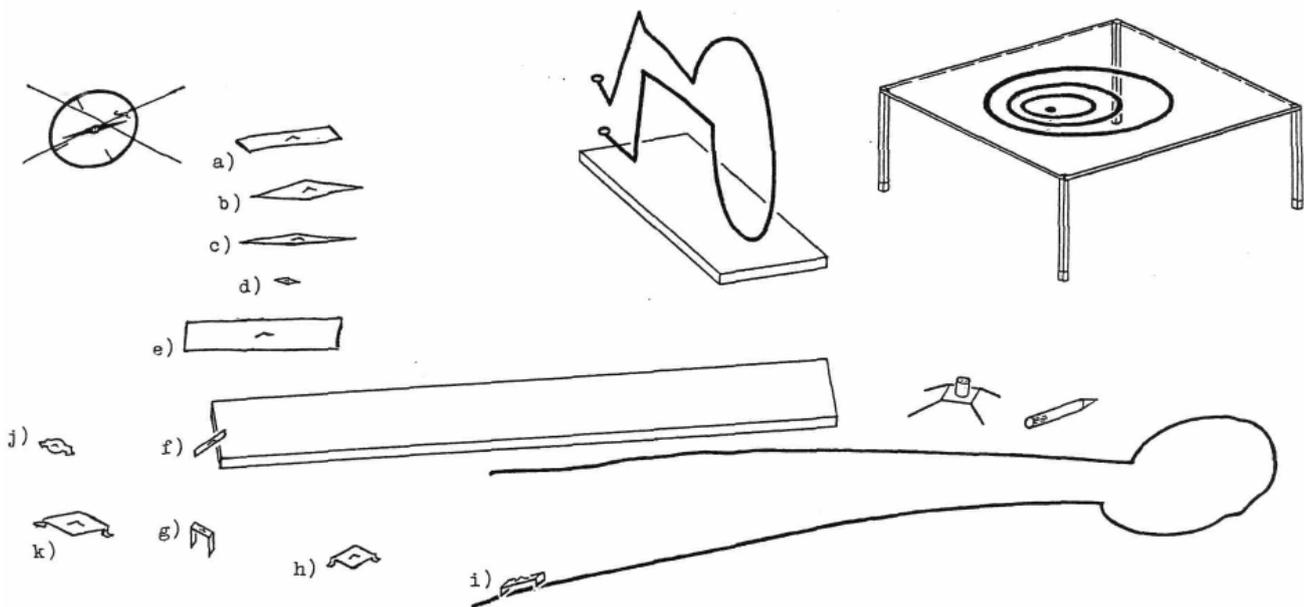
Hier aber geht es um das Verlaufmessen eines einfachsterzeugten und einfachst-berechenbaren inhomogenen Gesamtmagnetfeldes, und schon eine eisenhaltige Aufhängungsspitze in einem Kompass, Taschenkompass oder auch Zeichenkompass würde das Magnetfeld gerade am Messort selbst schon unnötig beeinflussen.

Der Kompass (gleich, welcher Art) wird also beiseite gelegt.

Anfertigen der einzelnen Gegenstände für die Messungen

Für das Experiment werden keine Messgeräte der Elektrotechnik benötigt, da lediglich geometrische Verläufe zu messen sind. - Alle notwendigen Feinabstimmungen lassen sich mit dem bloßen Auge - unter Anwendung einer sehr raffinierten Messtechnik - überaus exakt durchführen.

Hierzu sind entsprechende Arbeiten möglichst präzise vorzunehmen:



(Bei der manuellen Anfertigung von verschieden geformten Kompassnadeln unterliegt man - freilich - zahlreichen Ungenauigkeiten. In übergeordneter Weise stellen aber dennoch alle diese Kleinteile, wenn einmal magnetisiert bzw. ganz von selbst, kleine Magnetkörper dar; sie besitzen also jede für sich und jeweils als Ganzes eine individuelle maßgebliche Nord-Süd-Linie.)

Genaueres Aufzeichnen diverser Bahnen auf die Klarsichtplatte:

Das Material der Platte ist antimagnetisch, so dass das erzeugte Magnetfeld ohne jede Störung durch die Platte dringt, als sei die Platte nicht vorhanden. Der exakte Verlauf aller Bahnen, die zum Zeichnen ausgewählt werden, erfolgt nach der rechnerisch vorausgesagten

Lösungsformel (Seite 61) von allgemein $h^2 + \left(p - \frac{b^2 + h_0^2 + p_0^2}{2p_0}\right)^2 = \frac{b^2 + h_0^2 + p_0^2}{4p_0^2} - b^2 = R^2$

welche der Differentialgleichung $\frac{dh}{dp} = \frac{h^2 + b^2 - p^2}{2hp}$ auf Seite 60 genügt. Im Einzelnen

können nun beliebige Kreisradien R ausgesucht werden, und die hierfür sehr einfache Vorgehensweise ist die, gar entsprechende kreisrunde Gegenstände (etwa aus dem Haushaltsbereich) zum Kreiszeichnen zu verwenden; wichtig ist nur, dass alle Kreise, die man auswählt, richtig auf der Platte zu liegen kommen. - Auf die einzelnen Kreisradien selbst kommt es also nicht an.

Um nun jeweils den kreisrunden Gegenstand - getreu dem Radius b des Drahrings für den Kreisstrom I - zum Anzeichnen genau auf die Platte zu positionieren, wird die rechte Seite der oben stehenden Gleichungskette nach p_0 aufgelöst,

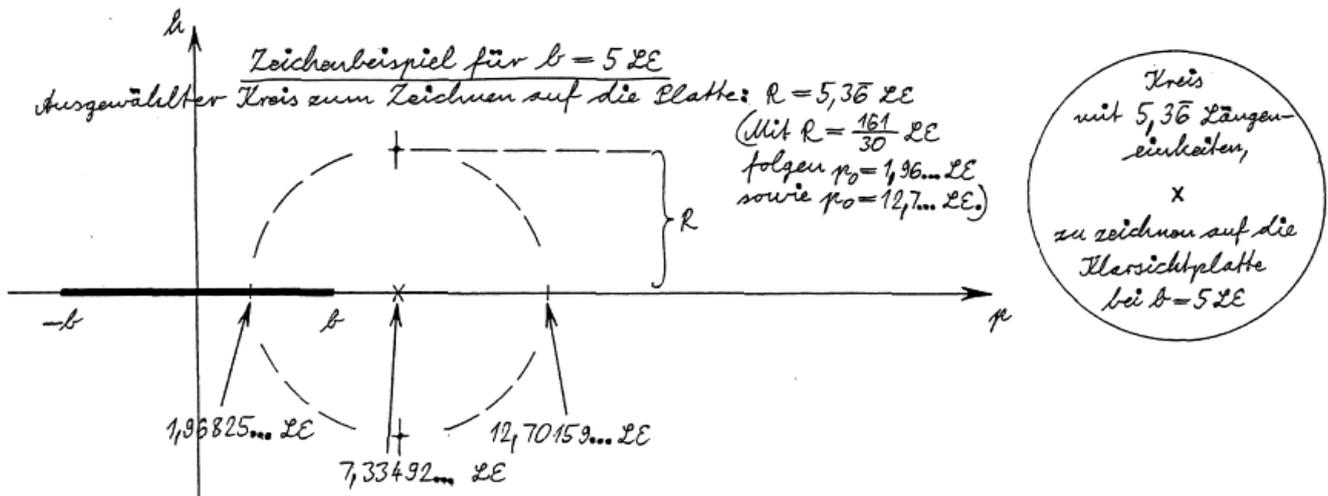
$$p_0 = \sqrt{b^2 + 2R^2 - h_0^2} \pm 2\sqrt{R^4 + (b^2 - h_0^2)R^2 - b^2 h_0^2} \quad ,$$

und darinnen $h_0 = 0$ eingesetzt, da alle die exzentrisch angeordneten Kreisbahnen dennoch mittig auf der p -Achse liegen, woraus folgt:

$$p_0 = \sqrt{b^2 + R^2} \pm R \quad ,$$

Das sind 2 Lösungen für die Koordinate p_0 . - In dem p - h -Koordinatensystem können dann diese beiden p_0 -Koordinaten markiert werden. Ihr gemeinsamer Mittelpunkt liegt auf

$p = \sqrt{b^2 + R^2}$, dem arithmetischen Mittel der beiden p_0 -Werte. Von diesem Mittelpunkt aus lassen sich noch einmal der Abstand R abtragen, senkrecht nach oben und unten. Man hat so 4 Punkte, denen zufolge der kreisrunde Gegenstand korrekt auf die Platte plaziert werden kann, und mit einem wasserfesten Schreibstift kann der Vollkreisbogen akkurat aufgemalt werden.



So verfährt man weiter mit anderen Kreisradien R , dabei bleibt b natürlich unverändert derselbe. - Je nach den kreisrunden Gegenständen, welche verwendet werden, lassen sich so eine ganze Vielzahl der exzentrisch angeordneten Vollkreise tatsächlich mühelos auf die Klarsichtplatte zeichnen, insbesondere auch solche Kreise mit sehr großen Radien.

Erstellen des kreisförmigen Drahringes für den Strom I , mitsamt den geeignet verlaufenden Zuleitungen:

Das Material des dünnen Drahringes ist antimagnetisch und zugleich ein nahezu idealer Stromleiter - letzteres, um eine deutliche Joule-Wärme im Draht möglichst erst bei verhältnismäßig hohen Stromstärken überhaupt entstehen zu lassen.

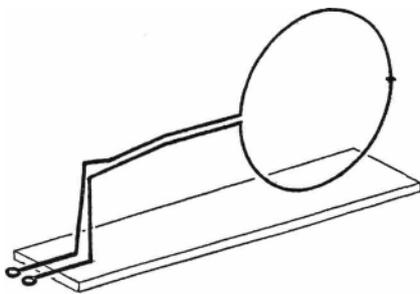
Warnung: Die zeitlich strikt konstante Stromstärke durch den Kreisring wird eine beträchtliche Höhe aufweisen müssen; das Experiment ist daher gewissenhaft vorzubereiten:

Es dürfte bekannt sein, dass bereits kleine Ströme (etwa 20 mA bis 80 mA) schon recht gefährlich sind, und Stromstärken darüber sind lebensgefährlich. - Es gibt die unterschiedlichsten Arten für die Erzeugung eines Gleichstroms für den Drahring. Mit einem $b = 5 \text{ cm}$ für den Ring gilt es aber dann schon, eine Stromstärke I in der Größenordnung von 10 A , besser 15 A , aufzubringen. Bei solchen Stromstärken sind Brandgefahren nicht zu unterschätzen: Die bei der Verlegung von Versorgungsleitungen gerne verwendeten Verbindungselemente

(Klemm- oder Schraubverbindungen) können unnötige Übergangswiderstände aufweisen, wodurch ein I geringer ausfällt als gewünscht, und zudem lassen diese Elemente gerade bei Starkstrom einen Erhitzungsherd dort entstehen, wo das Augenmerk später nicht mehr weiter gerichtet wird.

Die hier genannten Ampere-Werte beziehen sich auf handelsübliche Messgeräte, die bisher nach dem $1/r^2$ -Newton-Coulomb-Abstandsgrundgesetz gebaut und geeicht sind; Ziel und Zweck des hier beschriebenen Experiments ist es, den Verlauf von Magnetfeldlinien des Kreisstroms aus dem $1/r^3$ -Newton-Coulomb-Abstandsgrundgesetz durch bloße Verlaufmessung bestätigt zu sehen, da es für das $1/r^2$ - bisher weltweit keinen analytischen Beweis gibt. (Das umgekehrt quadratische Grundgesetz liefert rechnerisch keine exzentrisch verlaufenden Kreisbahnen als Magnetfelder eines Kreisstroms, sondern deutlich zunehmend abgeplattete Umlauflinien, je mehr man in den Fernbereich des dünnen Drahringes geht.)

Der Drahring kann aus Kupferdraht sehr leicht und recht stabil angefertigt werden, und auch die Zuleitungen werden - am Stück mit dem Ring - gleich mit angefertigt. Die Zuleitungen verlaufen, von der Klarsichtplatte aus, möglichst in eine entgegengesetzte Richtung weg zu einem Stromanschluss und - ungleich bedeutsamer - verlaufen sehr dicht parallel zueinander als Hin- und Rückleitung, so dass dadurch zusätzlich entstehende Magnetfelder sich untereinander weitgehend bis fast gar völlig ausgleichen. - Ohnehin verlangt die Differentialgleichung ja ganz streng nach einer verschwindend kleinen Nadellänge bei den Messungen, daher werden diese erst im deutlichen Fernbereich des Kreisstroms I zunehmend exakt ausfallen.



Auf einer länglichen festen Unterlage, die gleichsam antimagnetisch ist, lässt sich die Anordnung der Drahtschleife nebst den längeren Parallelzuleitungen (Hin- und Rück-) dann mit wärme- oder hitzebeständigem Klebstoff, also ohne die Verwendung von Metallschrauben oder ä., hinreichend stabil befestigen und durch Lötens mit den Versorgungsleitungen verbinden.

Erstellen mehrerer bewusst größerer und auch sehr kleiner Kompassnadeln als einzige magnetisch ansprechbare Teile der gesamten Versuchsanordnung:

Um es gleich vorwegzunehmen, die Verlaufsmessungen finden mit stets nur einer Nadel statt, denn schon 2 (Kompass-)Nadeln würden sich, wenn einander nahbefindlich, sehr empfindlich gegenseitig beeinflussen.

Aus dünnen Blechen lassen sich recht leicht diverse solcher Kleinteile anfertigen, in unterschiedlichen Formen z. B. nach a) bis k) auf der Abbildung der einzelnen Gegenstände für die Messungen. - Vor dem Ausschneiden empfiehlt sich das Körnen mit Hammer und einem Stift von abgerundetem Ende (etwa die runde Spitze einer Kugelschreibermine), dabei ist ein Durchschlagen zu vermeiden. Auch sollte nicht zu spitz gekörnt werden, um zusätzliche Reibungsflächen mit der Lagerspitze, dem späteren Aufhängungspunkt, nicht unnötig herbeizuführen.

Die verschiedenen Formgebungen, wie sie nach a) bis k) ersichtlich sind, haben bei den späteren Messungen allesamt ihre Vor- und Nachteile - ja man wäre nunmehr versucht, aufgrund der genannten Systemfehler Nadeln nach ausschließlich d) zu konstruieren. Das wäre zwar wohl auch richtig, und mit einiger Geduld und gar etwas Glück bei der Anfertigung kann man tatsächlich eine Gesamtlänge von nur 4 mm für d) erreichen. Jedoch bereitet das spätere Aufsitzen auf die Lagerspitze erstaunliche Schwierigkeiten, was zwar mit dem Überanbringen eines Papierstreifens deutlich gemindert werden kann, aber dennoch gilt hier, dass nur eine sehr kleine Masse magnetisch anspricht, aber alle Massen dieser Nadel bei den Messauslenkungen mitbewegt werden müssen. Letzteres ist gerade im Fernbereich des Kreisstroms problematisch, da das stationäre, also feststehende Magnetfeld nach der Entfernung rapide in seiner Stärke abnimmt, somit also die doch sehr geringen Reibungsmomente der Lagerspitze nach und nach überwiegen und man dadurch eine ungleich höhere Stromstärke I benötigen würde, als ohnehin schon.

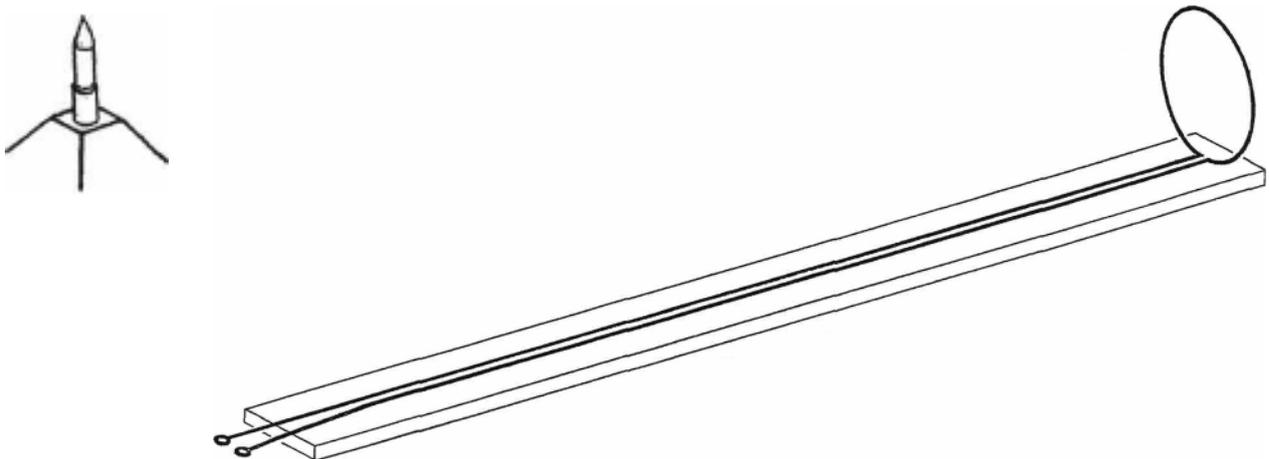
Unter den nach a) bis k) nur unzureichend genau abgebildeten Messnadeln findet sich eine mit scheinbar einem Vorteil für die Messungen bereits im Nahbereich des Ringes: Nadel j). Hier könnte man glatt den Verdacht hegen, die dort mittige Kreisfläche laufe magnetisch leer, und nur die beiden Enden würden magnetisch eine Rolle spielen. Daheraus wären dann zwar

magnetische Einpole die Folge, doch das wäre zu schön, um wahr zu sein. In Wirklichkeit spielt natürlich jedes Massenelement einer Messnadel magnetisch eine Rolle - dieses in einem sehr sensiblen Maß -, aber das ändert nichts an der übergeordneten Weise der individuell maßgeblichen Nord-Süd-Linie als ein Ganzes, einer jeden Nadel für sich gesehen.

Eine Messnadel nach g) sieht von oben kürzer aus, als sie es magnetisch tatsächlich ist. Dennoch können alle Nadeln erfolgreich im Experiment verwendet werden, besonders für das Fernfeld, wo der Grenzfall der Differentialgleichung mehr und mehr erfüllt wird. Zuvor aber muss das Erdmagnetfeld geeignet ausgeglichen werden:

Erstellen der Aufhängungsspitze für die Messnadel und die Vorbereitung zum Ausgleich des insgesamten Erdenmagnetfeldes am jeweiligen Ort der Messung:

Kompassnadeln sind selbst kleine Stabmagnete, und auch die selbst angefertigten Nadeln reagieren auf das Erdmagnetfeld, wenn sie nahezu reibungsfrei auf eine Lagerspitze gesetzt werden. Für das Experiment wird die Lagerspitze aus einem Längenstück dickeren Drahtes erstellt durch sehr spitzen Zufeilen an einem Ende. Das hierzu antimagnetische Material ist z. B. Kupfer, und auch ein kleines Stativ od. ä. wird hierzu angefertigt - gleichsam magnetisch neutral -, um die Spitze während der späteren Messungen jederzeit zu ggf. einem Nachfeilen leicht entnehmen zu können, wie anschließend noch deutlich wird. Wird nun



eine Messnadel auf die Lagerspitze gelegt, lenkt die Nadel nach der für sie maßgeblichen Nord-Süd-Richtung aus. Diese Nord-Süd-Einflussnahme an der Nadel muss aber bei den späteren Verlaufsmessungen komplett verschwinden - genau dieses kann durch die Konstruktion zusätzlich eines zweiten Kreisstroms erreicht werden. Der zweite

Kreisdrahtring wird also, wie der erste, aus ausschließlich antimagnetischen Materialien erstellt, zusammen mit den eng parallel verlaufenden Zuleitungen und ebenso einer festen Unterlage. Dabei kann die Unterlage, gemeinsam mit den Zuleitungen, ruhig großzügig lang sein, das erleichtert die Handhabung später bei den Messungen.

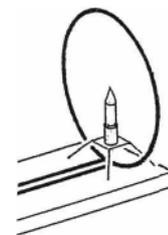
Durch den zweiten Kreisring wird eine noch genau zu justierende Stromstärke i fließen, getrennt vom Stromkreis I des ersten Rings, und ebenfalls Gleichstrom.

Das Ausgleichsverfahren geht dahin, mit i ein Gegenfeld so zu erzeugen, dass es dem Erdmagnetfeld genau am Ort der Messungen geeignet entgegenwirkt. Die Nadel soll also, noch bevor der Hauptstrom I überhaupt eingeschaltet wird, in jeder ihrer (nicht schief hängenden, sondern) waagerechten Lage völlig unbefangen von Nord-Süd aufliegen, also in jeder ihrer waagerechten Lage, und an jedem Ort der späteren Verlaufsmessungen, völlig drehmomentenfrei sein.

Nach allen 3 Hauptrichtungen muss der Ausgleich dann schon nicht mehr vorgenommen werden, denn eine waagrecht aufliegende Messnadel in einem doch weiträumig homogenen Erdenfeld zeigt ja bereits an, dass eine (eventuell vorhandene) Vertikalkomponente in der gesamten späteren Messebene keine Rolle mehr spielt.

Der Radius des zweiten Kreisrings kann frei gewählt werden und hat mit dem Radius b des ersten Kreisrings nichts zu tun. - Vorab gesagt, reicht es aus, den zweiten Ring lediglich etwas kleiner zu erstellen, als den ersten. - Für das Ausgleichsverfahren (s. u.) gilt es nun, die Lagerspitze für alle Messungen geeignet und verbunden mit der Anordnung des zweiten Kreisrings zu positionieren:

Magnetische Feldlinien eines Kreisstroms verlaufen allesamt als Umlauflinien senkrecht durch die vom Drahring eingeschlossene Fläche, und so verläuft durch den Mittelpunkt der eingeschlossenen Kreisfläche eine Feldlinie senkrecht als Gerade hindurch. Die Normale der Kreisfläche, wenn diese als Vektor dargestellt, liegt somit genau auf dieser Geraden, und an jedem Punkt dieser Gerade - sie ist eine Separatrix - steht eine Magnetfeldstärke nach ihrer Richtung, nämlich der Geradenrichtung, dann schon fest. Nur der Betrag jener Feldstärken entlang der



Separatrix nimmt nach beiden Seiten der Kreisfläche hin nach und nach symmetrisch ab (,) an dem einmal nur zu erstellenden Zweiring einer konstanten Stromstärke i .

Im Zentrum eines Kreisdrahttrings ist somit die magnetische Feldstärke entlang der Separatrix dem Betrage nach am größten, und so wird der Messausgleich gerade dort im Zentrum am leichtesten vorzunehmen sein. Die Lagerspitze befindet sich also möglichst genau im Mittelpunkt des Zweirings, und zwecks ggf. eines Nachfeilens kann die Spitze jederzeit aus der Verankerung leicht herausgenommen und wiedereingesetzt werden.

Wird mit einem $b = 5$ cm der Radius des zweiten Rings auf 4,2 cm gewählt, wird der Ausgleichsstrom i in einem Bereich von - grob gesagt - 1 A bis 2 A zu suchen sein, bezogen auf ein Strommessgerät, das (noch) nach $1/r^2$ gebaut und geeicht ist. Warnung: Auch solche Stromstärken sind nicht unerheblich, und ein Umgang damit erfordert gleichsam die entsprechende Vorsicht.

(Je größer der Zweiring seinem Radius nach erstellt wird, umso bedeutend mehr an Stromstärke i muss eingestellt werden, damit am Ort der Lagerspitze das wirksame Erdfeld ausgeglichen werden kann, unter Einschluss einer Feinjustierung. Ein Ring, der hingegen zu klein erstellt wird, hat gerade für die bewusst auch längeren Messnadeln ein besonders erschwertes Ausgleichsverfahren zur Folge, da die weit überstehenden Nadelenden viel zu nah an das Drahtmaterial heranreichen können).

Vornahme zum Ausgleichen des befindlichen wirksamen Erdmagnetfeldes für jeden Ort der Messungen, auch mit Feinjustierung:

Das Experiment wird man auf einem Arbeitstisch vornehmen, also auf einer Ebene, die parallel zur Tischplatte verläuft. Dort auf der Platte besteht weiträumig ein stationäres und homogenes Erdmagnetfeld, und man kann sich davon überzeugen, dass an jeder Stelle auf dem Tisch eine (selbst erstellte) Kompassnadel auf ihrer Lagerungsspitze in eine - für sie maßgebende - Nord-Süd-Richtung auslenkt, und diese Auslenkung auch an jedem anderen Ort innerhalb der Ebene bleibt. Die Nadel hat durch ihr Eigengewicht zur Erde stets das Gleichgewicht zur waagerechten Lage, und so muss der Ausgleich nur noch nach zwei Hauptrichtungen - jene der Messebene - vorgenommen werden.

Am Ort der Lagerspitze gilt es mithin, die Stärke des gesamten Erdenfeldes lediglich nach den zwei Horizontalkomponenten hin auszugleichen, und weil die Nadel sich ja schon in einer Nord-Süd-Auslenkung befindet, muss die Kompensation bloß noch nach einer Haupttrichtung ausgeführt werden.

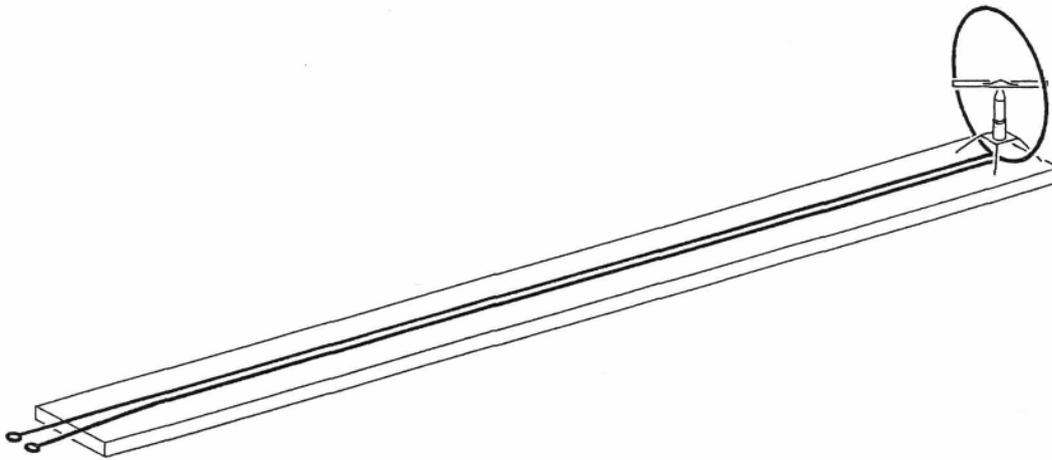
Für die Ausgleichsvornahme ist der uns allüberall umgebende Elektromog völlig ohne Bedeutung:

Elektromog, das sind die Poynting-Vektoren, deren Beträge eine mechanische Einheit tragen (kg/s^3 , übereinstimmend mit W/m^2), also etwas umsetzen. An jedem Ort im 3-D-Raum können sich solche Vektoren zu mehreren zusammensetzen - sie überlagern sich durch reine Addition, vektoriell gesehen, und können sich je nach den Einzelnen auch untereinander wieder aufheben, teilweise oder auch gar ganz.

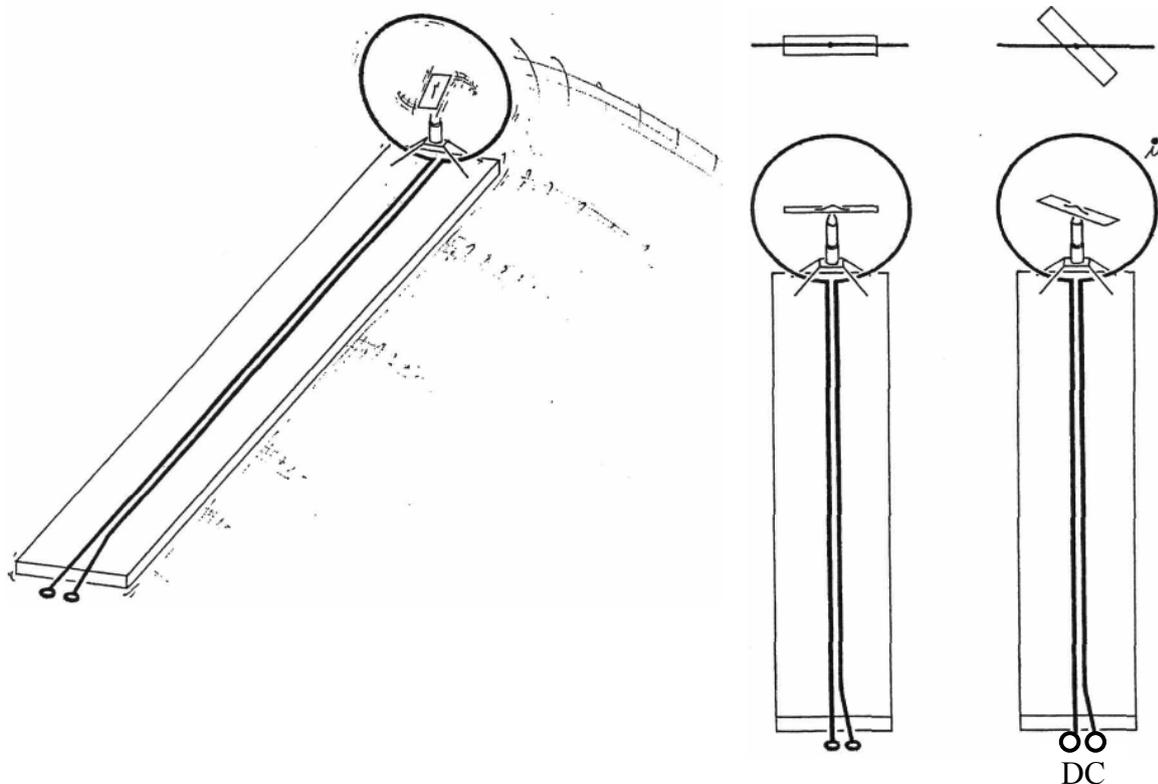
Dabei entsteht der Elektromog zumeist aus Wechselstrom und Wechselspannung, also ganz delikate aus elektromagnetischen Wechselfeldern. Dabei können aber sehr wohl auch Gleichanteile vorhanden sein. - Elektromagnetische Felder sind uns mitunter geläufig durch die vielen Sende- und Empfangsantennenanlagen, also u. a. die Anlagen für Rundfunk und Richtfunk, die vielen kleineren oder auch großen Parabolantennenanlagen, die unzähligen Mobilfunkgeräte, die Anlagen für RADAR Detecting And Ranging, Generatoren für α -, β - und γ -Strahlen, Teilchenbeschleunigeranlagen, Geräte für (z. B.) Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation, Funkortungsanlagen, Umspannwerke, Überlandleitungen, usw. Sie alle wirken mit Hilfe el. und magn. Felder - aber:

Für das hier beschriebene Experiment kommt es nur auf das Magnetfeld an. Sollten also zusätzliche Magnetfeldstärken als Gleich- oder Wechselanteile bei den Messungen vorliegen, dann sind alle solche Gleichanteile durch den Stillstand der Nadel bei ihrer individuellen Nord-Süd-Ausrichtung bereits mit abgegolten, und für Wechselanteile gilt, dass die Messnadel aufgrund ihrer Massenträgheit mit den unzähligen möglichen Einzelfrequenzen nicht mitschwingen kann - allenfalls vielleicht in einem einstelligen Hertz-Bereich, doch sie kommt alsbald zu einem Stillstand.

Die Nadel liegt also stille auf der Lagerung, zeigt nach Nord-Süd, I und i sind beide ausgeschaltet, und nun wird der Ausgleich durchgeführt:



Die Anordnung des zweiten Drahttrings, zusammen mit der jeweiligen Messnadel, wird nun in eine Ost-West-Stellung gedreht. Die Nadel bewegt sich währenddessen etwas unkontrolliert mit, doch die Ost-West-Position der Anordnung lässt die Nadel sofort wieder nach Nord-Süd zum Stillstand kommen. Von oben besehen (direkte Draufsicht) kommt so nun die Nadellänge mit der Länge des Ringdurchmessers genau zur Deckung.



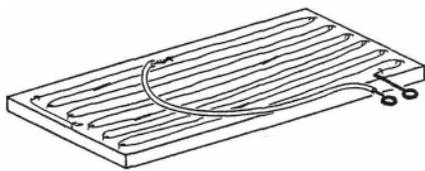
Schaltet man nun einen Gleichstrom i ein, wird für den Ort der Nadel auf der Lagerspitze eine Überlagerung von genau zwei Magnetfeldstärken erreicht, dessen entscheidende Richtungen

genau bekannt sind (ausgleichendes Erdmagnetfeld in Nord-Süd-Richtung und die Ost-West-Richtung von lediglich der Separatrix, also jener einzigen gerade führenden aller der vom Kreisstrom i erzeugten Magnetfeldlinien). Solche zwei Vektoren ergeben einen resultierenden Vektor, und in genau diese Richtung schlägt die Nadel, da mitten in der Drahtschleife, dann aus. Die Auslenkung wird hier stets schräg zu den beiden Hauptrichtungen erfolgen, solange ein konstantes i beliebig eingeschaltet ist, und bei Umpolung des i folgt für die Auslenkung das entsprechende Spiegelbild.

Dann gibt es auch ein passendes i , für welches die Auslenkung genau 45° ist. Es haben dann beide diese Einzelvektoren gleiche Beträge. (In der Zeichnung ist eine 45° -Auslenkung genau und perspektivisch dargestellt). Wenn dieser Fall exakt vorliegt - durch Feineinstellung s. u. -, bedarf es nur noch einer weiteren Drehung der Anordnung um nunmehr 90° , bei unverändert diesem i , denn dann liegen beide die Einzelvektoren genau aufeinander. Bei richtiger Polung des i erhält man so den Nullvektor als Resultierende der beiden Magnetfeldstärkevektoren am Ort des Aufhängungspunktes, und das Magnetfeld dort ist restlos ausgeglichen. Die ausgewählte Messnadel liegt dann völlig indifferent auf dem Lagerungspunkt, das Ausgleichungsverfahren für diese Nadel ist erfolgreich beendet, und das Experiment des Verlaufmessens der Linien des Kreisstroms I kann beginnen.

Die Feineinstellung (ohne elektrische oder optische Messgeräte):

Sie ist notwendig, da zum einen das exakt ein zu justierende i mit etwa einem Drehregler oder



ä. nicht hinreichend genau vorgenommen werden kann, und zum anderen das Ablesen der 45° -Auslenkung einer manuell erstellten Kompassnadel im besonderen mit stets vorhandenen Ungenauigkeiten verbunden ist. - Statt eines

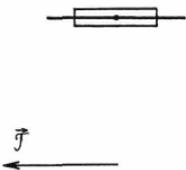
Drehpotentiometers wird ein sehr großzügig langer, abisolierter, Draht genommen, der auf seiner gesamten Länge einen verhältnismäßig doch sehr geringen elektrischen Widerstand aufweist. Ein solcher Draht (z. B. Blumenbinderdraht) wird seiner ganzen Länge nach (im Bereich von durchaus 10 m bis 15 m) auf ein Brett im Zickzack montiert, wenn dann mittels einem Abtaststift die wirksame Drahtlänge zusätzlich zum Stromkreis i dazwischengeschaltet werden kann. Je nach der Stelle, wo der Stift auf den Draht geklemmt wird, kann so das i sehr fein eingestellt werden. - Es ist dabei schon ausreichend, wenn der Draht auf 10 m einen Widerstand in der Größenordnung von nur 3 Ohm aufweist (Ohm-

Angabe nach $1/r^2$), und der zusätzlich eingebaute Widerstand im Stromkreis i verläuft ebenso völlig getrennt vom Stromkreis I .

Die 45° -Auslenkung der jeweils verwendeten Messnadel kann auf mechanischem Wege ebenfalls sehr genau erzielt werden; das hierzu passende i wird über mehrere Stufen auf seinen Endwert hin genau eingestellt: Bei $i = 0$ ergab die Draufsicht das folgende

1. Bild. Dort wirkt nur ein \vec{T} als Vektor (Terra) für das Erdenmagnetfeld, dabei bleibt \vec{T}

1.



nach Betrag und Richtung stets unverändert, also auch in den weiteren Ausführungen. In mehreren

Stufen für das gesuchte i dreht man nun die Ausgleichsanordnung bewusst um nur einen kleinen

Winkel (2. Bild), und wählt eine hierzu bewusst nur kleine Stromstärke i , so dass Bild 3 folgt, was mit

Hilfe des Widerstandsdrahtes und dem Abtaster leicht zu bewerkstelligen ist. Auf dem 3. Bild

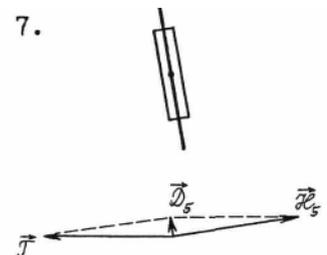
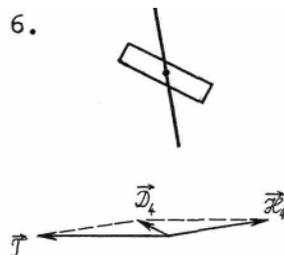
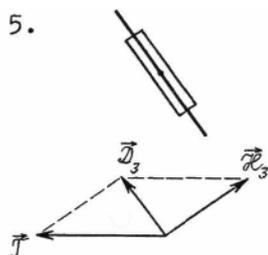
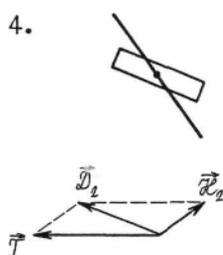
wirkt nun neben \vec{T} auch der Vektor \vec{H}_1 letzterer ist ja der durch i erzeugte Feldstärkevektor, der

am Ort der Aufhängungsspitze für die Messnadel maßgeblich ist. Diese beiden Vektoren

liefern eine Resultierende als \vec{D}_1 und durch Variieren der Stromstärke i kann \vec{D}_1 , in genau jene Richtung zeigen, dass die Länge der Nadel mit der Länge des Kreisring-

durchmessers genau zur Deckung kommt. - In Bild 3 hat man so nun dieselbe Paralleldeckungsposition erreicht, wie in Bild 1, aber es gilt hier bereits ein $i \neq 0$.

Es ist klar, dass so nun entsprechend weiter verfahren werden kann; man dreht die Anordnung nun um einen weiteren bewusst kleinen Winkel (4. Bild), und die Strom-



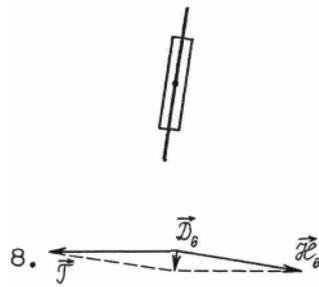
stärke i wird nun weiter etwas erhöht, dass Bild 5 folgt. Aus (anfangs einem $\vec{D}_0 = \vec{T}$, dann)

einem \vec{D}_1 , wird so über einem \vec{D}_2 dann ein \vec{D}_3 , und man sieht bereits ein deutliches

Kleinerwerden aller dieser Resultanten, so dass nach und nach der Nullvektor folgen wird:

Von Bild 5 aus dreht man nun um erneut einen kleinen Winkel weiter (Bild 6), und i wird weiter erhöht, dass Bild 7 erreicht wird. - In Bild 7 ist die Resultierende \vec{D}_5 schon sehr klein geworden, und so kann die Anordnung allmählich weiter gedreht werden - unter jeweils einer weiteren entsprechenden Erhöhung des i - bis hin zu der Endposition in Nord-Süd-Ausrichtung.

Die letzten Schritte werden zunehmend schwieriger in der Ausführung, da in diesen

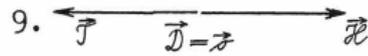


Endstadien die (selbst angefertigte) Kompassnadel mehr und mehr in die erforderliche Neutrallage übergeht. Es überwiegen dann die Reibungsmomente der Nadel auf der Lagerspitze. Hier ist die Feinjustierung eigentlich schon erreicht, aber eine Symmetrieeigenschaft hilft noch weiter: In Bild 7 des nahezu erreichten 90° -Winkels erfährt die Nadel noch eine eindeutige

Ausrichtung; der Fehlwinkel (zu den 90°) gegen die Waagerechte ist klein und wird nun nach unten fortgeführt, wie in Bild 8 dargestellt. Dabei dreht sich die Nadel in die andere Stellung um, so dass Bild 7 und Bild 8 symmetrisch sind.

Je kleiner hier der Fehlwinkel nach beiden Seiten ist, umso weniger fehlt jetzt noch ein Rest - i - Anteil. Auf jeden Fall aber kann kurz vor der Endstellung der 90° , also der Nord-Süd-Ausrichtung der gesamten Ausgleichsanordnung, das Bild 7 noch mit einem Bild 8 auf Symmetrie kontrolliert werden. - Der hier noch minimal fehlende i -Anteil könnte durch ein letztmaliges Verstellen des Abtaststiftes wohl noch ergänzt werden, doch durch die nun in Erscheinung getretenen Reibungsdreh- und auch -rückstellmomente der Nadel auf dem Lagerungspunkt kann eine Ergänzung des Rest - i bereits entbehrlich sein. Dennoch soll weiter verfeinert werden: Man verstellt den Abtaster bewusst etwas weiter als eigentlich gewünscht. Wenn dann unter wiederum einem kleinen Fehlwinkel die Nadel nun etwas überauslenkt, als es Bild 7/Bild 8 zeigen, so gilt für den allerkorrektesten Abtastpunkt derjenige, der zwischen den beiden zuletzt vorgenommenen Einstellungen liegt. - Was hier an Spielraum für die Feinjustierung jetzt noch überbleibt, kann sich nur noch im Rahmen zufälliger Fehler bewegen, die sehr streng genommen zwar vorliegen, aber doch fernab liegen von den ersten in Bedeutung geratenen Reibungsmomenten der Nadel auf der Lagerspitze, besonders wenn in den späteren Messungen der Kreisstrom I deutlich höher liegt, als es dem Messungsort nach dann eigentlich jeweils notwendig wäre.

Die Ausgleichsvornahme ist für die verwendete Messnadel dann erfolgreich beendet, die Anordnung befindet sich in der genauen Nord-Süd-Stellung, also unter dem Winkel 90° , mit Fehlwinkel Null. Hieraus folgt Bild 9 mit dem geforderten Nullvektor $\vec{D} = \vec{o}$.



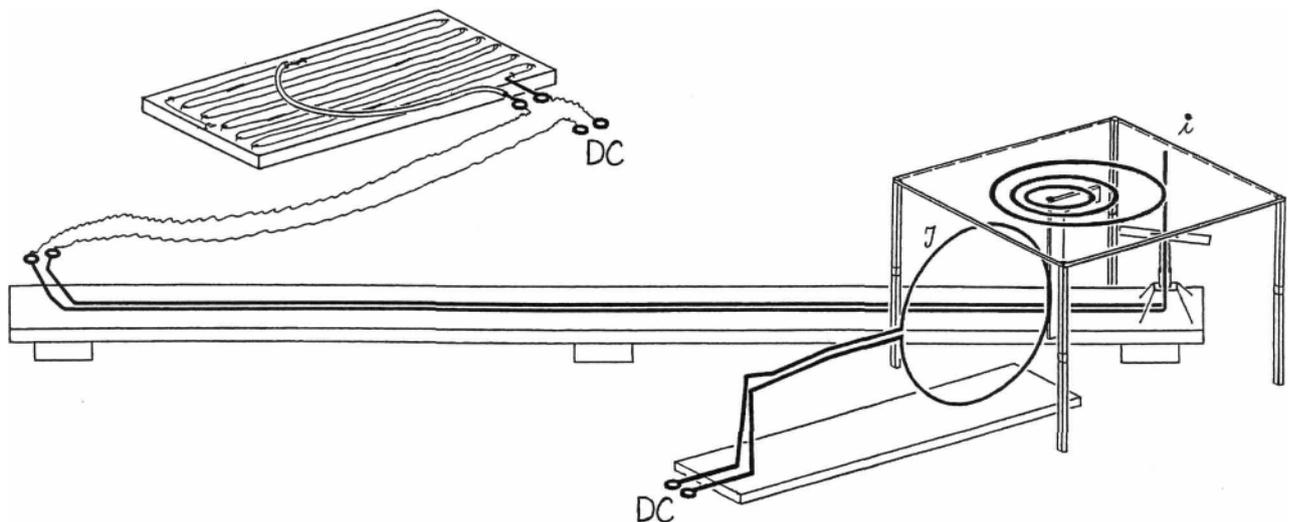
Erst mit diesem Nullvektor, aus dem durch den Endwert i erzeugten Vektor \vec{H} und dem Vektor \vec{T} , werden die Verlaufsmessungen völlig frei sein von Differenzen durch das Erdmagnetfeld.

(Wird die Anordnung um 90° wieder zurückgedreht in die Ost-West-Stellung, so folgt für die Nadel wieder die 45° - Auslenkung - in nunmehr der fein justierten Lage).

Ausführung der Verlaufsmessungen mit nacheinander mehreren erstellten Kompassnadeln

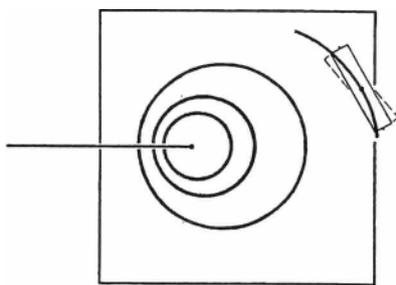
Durch die Ausgleichsvornahme ist das wirksame Erdenfeld am Messpunkt stets und restlos zu Null kompensiert - aber nur nach der einen Hauptrichtung des Nord-Süd. Die Anordnung des zweiten Drahrings muss also bei allen Messungen immer in Nord-Süd-Position liegen; bei umgepolter Einstellung der Stromstärke i ist es die Süd-Nord-Position.

Die Klarsichtplatte mit aufgezeichneten Kreisbahnen liegt nun in einer höheren Ebene auf, um so die verwendete Messnadel mitsamt der Ausgleichsanordnung unterhalb der Platte bequem entlangführen zu können, und ein befestigter Block in Form eines rechten Winkels sichert das genaue Ansetzen jenes ersten Drahrings (Radius b), so dass per Draufsicht sich an der Messanordnung nichts ändert.



Die Lagerspitze im Mittelpunkt des zweiten Drahrings muss stets in derselben Höhe zum Mittelpunkt des ersten Drahringes liegen, daher ist der bewusst recht lang erstellte Schieber mit entsprechenden Standfüßen versehen. Von oben betrachtet kann so nun die Nadel an jeden Messort innerhalb jener ihrer maßgeblichen Ebene geführt werden.

Über das fernab gelegene Abtastbrett ist der Ausgleichsstrom i korrekt eingestellt, die Nord-Süd-Richtung des höhenausgeglichenen Gleitschiebers ist gewahrt, und nun wird eine beliebige, nicht exakt zu bestimmende, Stärke des Gleichstroms I am Haupttring eingeschaltet.

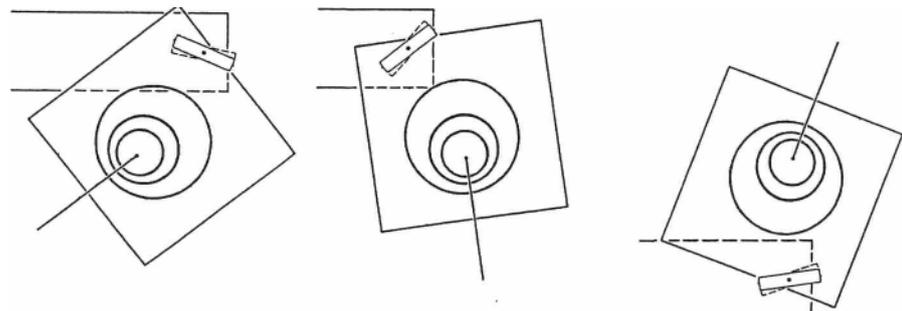


Die Nadel schlägt nun in eine Position aus, wie es den Naturgesetzen nach insgesamt vorgezeichnet ist, dabei gilt nach wie vor, dass sie gesamtresultierend - nunmehr insbesondere nach ihrer Gesamtlänge - ausschlägt. An jedem Ort in der Ebene beobachtet man nun von oben die unterschiedlichsten Auslenkungen, und so kann man auf der

Klarsichtplatte noch gar nachträglich entsprechende Feldlinienverläufe hinzuzeichnen, denn auch an solchen Punkten liegen ja dann schon Messungen vor. - In nebenstehender Abbildung sieht man eine solche Messung; dieses Bild ist in obiger Perspektivzeichnung auch schräg von der Seite zu sehen.

Die Nadel ist, wie deutlich zu sehen, nicht eben kurz, und so liefert das Bild von oben noch nicht korrekt die zum Feldlinienverlauf genau tangentielle Ausrichtung der Nadel, sondern eine (noch) davon abweichende, wie gestrichelt dargestellt, aufgrund der zu Beginn schon erwähnten Vorteilsnahme: Es ist der einzige hier noch verbliebene Systemfehler der doch erheblichen Länge der verwendeten Kompassnadel in Bezug auf den insgesamt verlaufenden Kreisstrom I , besonders wenn im Nahbereich der Drahtschleife gemessen wird. Die Nadel schlägt ja stets als Ganzes aus, und das Abstandsverhalten sämtlicher ihrer Längen- und auch Breiterelemente zum verlegten Stromkreis I mit Radius b ist aus magnetostatischer Betrachtungsweise

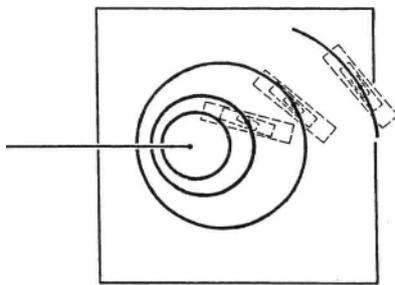
überaus empfindlich. (Elektrostatistische Kräfte spielen keine Rolle, da vor



Einschalten des I die Kompassnadel indifferent auflag, und nach Einschalten des I entstand ja nur das hier zu verlaufmessende Gesamtmagnetfeld).

An hier der ersten Messung ändert sich natürlich auch dann nichts, wenn die Versuchsanordnung in andere Stellungen gebracht wird, solange nur die Ausgleichsanordnung in weiterhin Nord-Süd gerichtet bleibt, um dem unverändert wirksamen Erdenfeld exakt und unverändert entgegenwirken zu können.

Der Systemfehler mit der ausgedehnten Kompassnadellänge verstärkt sich ganz deutlich bei



Annähern an den Drahttring. Das folgende Bild zeigt drei Messungen von drei verschiedenen langen nord-süd-ausgeglichenen Kompassnadeln in jeweils denselben Messpunkten, dabei liefern die kleineren Nadeln - erwartungsgemäß - ein schon besseres Messergebnis: Die naturgesetzlich vorgezeichneten Magnetfeldbahnen sind

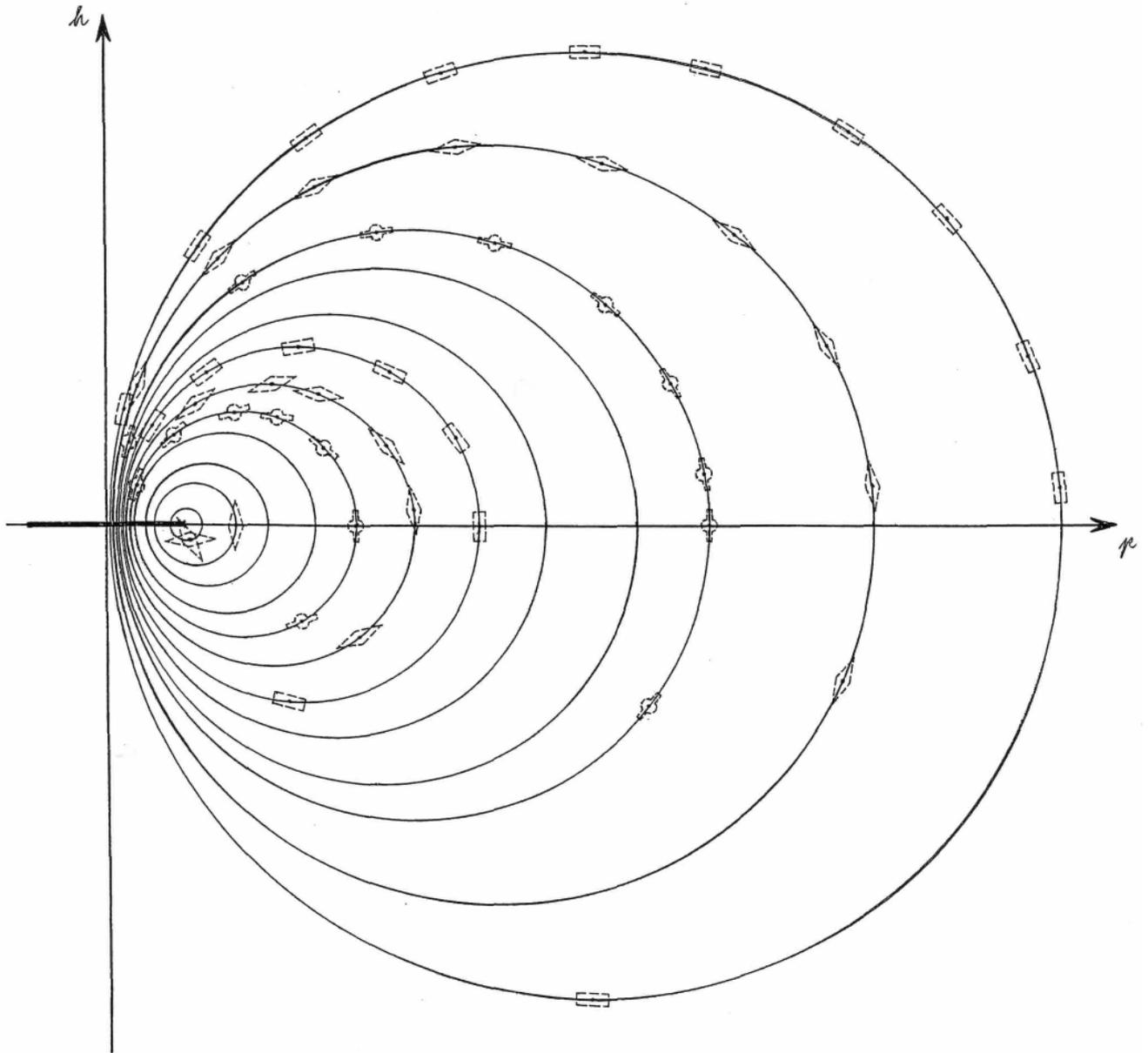
allesamt Lösungsfunktionen aus einer Differential-Gl. und nicht aus einer Differenzen-Gl., d. h., eine differentielle Betrachtungsweise ist etwas ganz anderes, als eine differenzielle Betrachtungsweise. Je kleiner also die Nadel zum verlaufenden Kreisstrom liegt, umso genauer werden die Verlaufsmessungen.

Das Verhältnis dh/dp in der Differentialgleichung ist der Differentialquotient, der hier in den Messungen noch sehr deutlich als Differenzenquotient $\Delta h / \Delta p$ hervorkommt, und so ist es angezeigt, die Messungen im entfernten Bereich des Drahttrings vorzunehmen, damit so aus der Sicht des insgesamten Kreisstroms I die jeweils verwendete Nadel immer kleiner wird.

Die Feldlinienbahnen werden also auf eine viel größere Klarsichtplatte aufgezeichnet, und wenn I stärker gewählt wird, lenkt die jeweilige Messnadel auch im Fernfeld merklich aus, ohne durch Reibungsmomente der Lagerspitze ernsthaft gehindert zu werden. Der Grenzfall dh/dp kann dabei schon recht gut - gegen den Fall $\Delta h / \Delta p$ beobachtet werden.

Im selben Maßstab zum Drahttring sind von oben nun eine ganze Kurvenschar von aufgezeichneten Bahnverläufen zu sehen, dabei sind - je nach Auswahl der Bahnen - optisch unterschiedlich große Abstände der Linien zueinander möglich: Die Feldbahnen als

exzentrisch angeordnete Vollkreise haben einander unabhängig gewählte Radien R , sind aber alle korrekt auf die Klarsichtplatte, getreu dem Radius b des Drahttrings, aufgemalt.



Bei dem Auftragen von 12 der unendlich vielen Umlauffeldlinien waren kreisrunde Gegenstände aus dem Haushaltsbereich leicht zu verwenden. (So einfach ginge es bei Zugrundelegung eines $1/r^2$ - nicht zu: Die Differentialgleichung wäre dann eine als

$$\frac{dh}{dp} = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{b - p \cos \varphi}{(b^2 + h^2 + p^2 - 2bp \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi}{\int_0^{2\pi} \frac{h \cos \varphi}{(b^2 + h^2 + p^2 - 2bp \cos \varphi)^{3/2}} d\varphi} !$$

aus der sich sehr deutlich keine exzentrisch verlaufenden Kreisbahnen mehr ergeben, sondern zunehmend nach oben und unten abgeplattete Umlauflinien, je weiter man nach außen geht.)

Die Verlaufsmessungen werden das $1/r^3$ - experimentell restlos bestätigen, dabei dürfen ja elektrotechnische Messgeräte nicht notwendigerweise eingesetzt werden - sind diese doch (bisher noch) nach dem $1/r^2$ - gebaut und geeicht.

Bereits dass die gesamte Versuchsanordnung auch für die etwas größer erstellten Messnadeln den Grenzfall des dh/dp im hinreichenden Fernfeld schon zusehends entstehen lässt, gerät somit auch der letzte noch verbliebene Systemfehler, also jener des $\Delta h / \Delta p$, mehr und mehr außer Bedeutung.

Wer dieses Experiment sorgfältig durchführt, kann tatsächlich die Kreisbahnen genau bestätigt sehen, besonders bei Verwendung einer sehr kleinen, nord-süd-ausgeglichenen, Messnadel mit Länge von z. B. nur 3,5 mm - dies nicht nur im Fernfeld, sondern bereits schon im fernerem Nahfeld, bei z. B. dem Radius $b = 5$ cm des erstellten Drahrings für eine Stromstärke von z. B. $I = 15$ A (Ampere-Angabe nach $1/r^2$ -). - Die Stromstärke I kann auch das andere Vorzeichen haben, und überhaupt kann I als konstanter Wert völlig frei gewählt werden; je höher die Stromstärke I , umso sicherer überwindet die Nadel auch im Fernbereich des Kreisstroms I mögliche Reibungsmomente auf der Lagerspitze.

Zweifel am Bestehen des umgekehrt Kubischen wird man hiernach nicht mehr haben, und für jede Person, die jetzt dennoch am $1/r^2$ -Abstandsgrundgesetz der Anziehung oder Abstoßung festhalten will, gebe ich zusätzlich eine exquisite Messtechnik an für das zu berichtigende $1/r^2$ -Massenanziehungsgrundgesetz:

Finale;

Ausschließung des umgekehrt quadratischen Newton-Coulomb-Grundgesetzes

gegen die

Annahme eines umgekehrt kubischen Newton-Coulomb-Grundgesetzes

(Die Absicht von Isaac Newton und Charles A. de Coulomb war es, korrekte Grundgesetze zu entwickeln, mit denen es galt, weitere Gesetze der Physik und auch der Chemie korrekt zu erschließen. Das Atommodell von Niels Bohr geht von einer umgekehrt

quadratischen Abhängigkeit der Massenanziehungsgrundformel aus, die Drehwaage nach Henry Cavendish geht - so glaube ich - nur vom Material Blei der Kugeln aus, und Jean Baptiste Biot und Felix Savart formulierten aus dem umgekehrt Quadratischen das entsprechende Grundgesetz für magnetische Induktion.

Die Differentialrechnung, aus der sofort die Integralrechnung folgte, ist von Isaac Newton und Gottfried Wilhelm Leibniz entdeckt und entwickelt worden, später erst wurde die Vektorrechnung entdeckt, wodurch physikalische Grund- und Folgeformeln auch auf vektorielle Verträglichkeit hin untersucht werden konnten, sofern nur Größen als Vektoren tatsächlich vorhanden waren. - Johannes Kepler formulierte das 1. und 3. nach ihm benannte Gesetz bereits vor der Pionierzeit von Newton und Leibniz, dabei ist die analytische Beweisführung des 2. der drei Kepler-Gesetze unter Verwendung der Differentialrechnung und Vektorrechnung eine besonders ergreifende, ebenso wie auch die (lange Zeit unentdeckt gebliebene) Deutung des linearen der drei Geschwindigkeitsanteile im Polynom 2. Grades bei den scheinbaren Kräften aus Drehbewegungen, nach Gaspard Gustave de Coriolis.

Leonhard Euler stieß durch eine Deutung auf einen Ausdruck, der als ein besonderer Grenzwert in die Geschichte eingegangen ist und nach ihm benannt wird. Hierdurch ließen sich unsagbar viele Naturprozesse genau beschreiben. Diese Funktion war auch in der Kombinatorik nicht ganz uninteressant: Für große Zahlen konnten Meilensteine nach Stirling, Wallis und Poisson logisch bewiesen, somit gesetzt werden, und Carl Friedrich Gauß machte hieraus durch Beweisführung das schwerste Geschütz der nach ihm benannten Glockenkurve als das natürliche Fehlermaß von einander unabhängigen Größen unter Nennung von dem Erwartungswert sowie dem mittleren Fehler hiervon, (dabei stellt der heute gebräuchliche Ausdruck der Standard-Abweichung zwar ein Fehlermaß dar, aber nur schlechthin).

Aus diesen Entdeckungen heraus konnten dann auch solche Prozesse genau beschrieben werden, die im Mikrokosmos stattfinden: Das natürliche Maß diffundierender Teilchen nach Ort und auch Zeit. Hierzu bedurfte es lediglich einer entsprechenden Fortpflanzung der 1-D-Verteilung (Gauß-Glockenkurve) auf den 2-D-Raum, bzw. auch 3-D-Raum bei der Robert Brown-Molekularbewegung, wobei in den Gleichungen nur das Argument der Resultierenden aus den mehreren Hauptrichtungen hervorzutreten hat.

Aus dem umgekehrt kubischen Grundgesetz der Massenanziehung kann das Bohr-Atommodell entsprechend formuliert werden, wenn man den atomaren Nahbereich unter Würdigung der Werner Heisenberg-Unbestimmtheitsbeziehung in die Gravitationsgrundformel mit einbringt: Durch eine Beweisführung, mit Deutung, kann auf eine Grundformel

$$G_y = \frac{\text{const}}{r^3} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{const}}}\right) \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{const}}}\right),$$

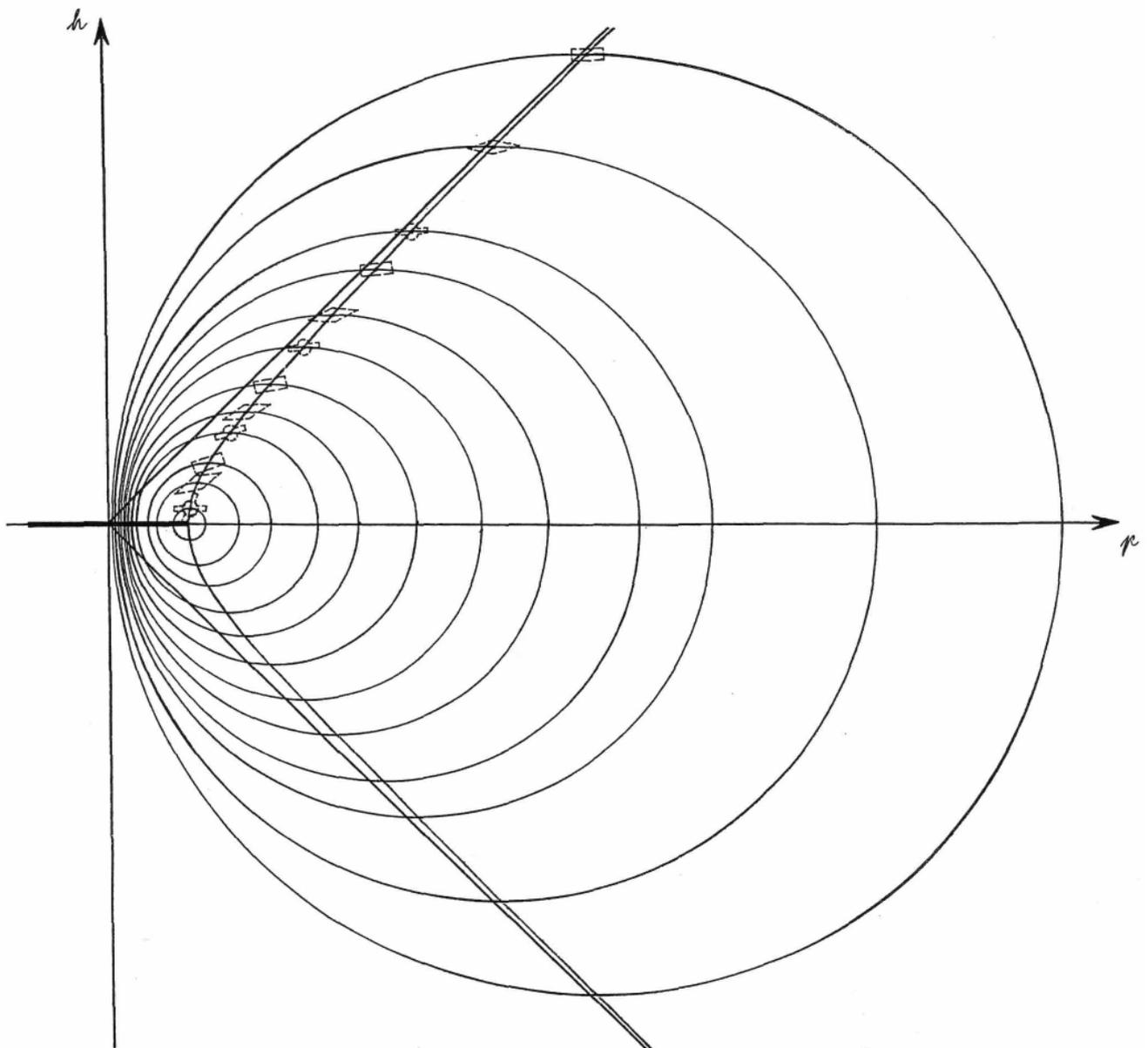
$$\vec{t}_y = \frac{\text{const} \cdot \vec{r}}{r^4} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{const}}}\right) \left(1 - e^{-\frac{r^2}{\text{const}}}\right)$$

erkannt werden, die für den nichtatomaren Bereich sehr rasch in den Normalausdruck des $F = \text{const}/r^3$ wieder übergeht, je nach den beiden Konstanten in den Exponenten. Unabhängig aller drei Konstanten folgt für sehr kleine r aus G ein lineares Kraftgesetz, wie man es - Molekül für Molekül - von außen insgesamt kennt nach Hooke.

Die Messungen mit hier drei verschiedenen, nord-süd-ausgeglichenen, Kompassnadeln lassen für den Grenzfall des dh/dp den Verlauf der exzentrisch angeordneten Vollkreisbahnen zwar wohl erkennen, doch inwieweit ist genau das $1/r^3$ -Grundgesetz erfüllt, besonders gegen ein $1/r^2$ -Grundgesetz?

Im einfachsten Fall kann für eine jede Magnetfeldlinie die Frage gestellt werden nach solchen Punkten, deren Tangenten genau horizontal verlaufen. Wählt man also in dem p - h -Koordinatensystem für die hier vorliegenden Kreisbahnen einen bestimmten Radius R aus, so weiß man anhand der vollführten Kreiszeichnungen auf die Klarsichtplatte bereits um die Koordinate $p = \sqrt{b^2 + R^2}$ als diejenige Stelle auf der Abszisse für jene Tangente mit Steigung Null. Die dazugehörige Ordinate ist, da stets die Kreise mittig auf der p -Achse liegen, $h = R$. Einsetzen dieses beliebig wählbaren R liefert dann sofort die Gleichung $p = \sqrt{b^2 + h^2}$, oder nach h aufgelöst: $h = \pm\sqrt{p^2 - b^2}$. Die Menge aller Punkte mit horizontal verlaufenden Tangenten an einer jeden Feldlinie beschreibt demnach eine Hyperbel, und die ihr zukommenden Asymptoten haben die Gleichung $h = \pm p$. (Die Hyperbel verläuft damit, maßstäblich genau ähnlich, so wie die Funktion $y = 1/x$, wenn die beiden Asymptoten als x - y -Achsen aufgefasst werden.)

Entlang der Hyperbelbahn $h = +\sqrt{p^2 - b^2}$ (oberer Hyperbelast) ergeben sich somit nach dem $1/r^3$ -horizontale Tangenten, also Steigungen Null für die Ausrichtung der Messnadeln im Grenzfalle des aus $\Delta h / \Delta p$ folgenden dh/dp , wie in der folgenden Abbildung zu sehen ist. Für den unteren Hyperbelast gilt das entsprechende Spiegelbild, und der Grenzfalle des dh/dp stellt sich bei den Messungen umso früher schon im näheren Fernbereich ein, je kleiner die verwendete Messnadel ist. Je weiter außen man entlang der Hyperbelbahn misst, desto mehr bestätigen dann auch die größer erstellten Nadeln den rechnerisch vorausgesagten Feldlinienverlauf an den Punkten der Hyperbel. Es ist dann ein leichtes, durch erneutes Verlaufmessen äußerer Kreisbahnen diese sofort als die zunehmend korrekten Feldlinienbahnen bestätigt zu sehen.



(Messungen in unmittelbarer Nähe des Drahrings lassen den Systemfehler der Vor-
teilsnahme der einen Nadelspitze gegen die andere zwar erheblich, verschwinden, sind aber
trivial, ebenso wie Messungen entlang der p-Achse. Auch entlang der h-Achse - dort verläuft
deckungsgleich die Separatrix all jener der durch den Kreisstrom I erzeugten
Magnetfeldlinien - fallen Messergebnisse trivial aus.

Anstelle der Hyperbelbahn kann man im weiten Fernfeld auch die Bahnen ihrer Asymptoten
verwenden, da diese ja Grenzbahnen der Υπερβολη sind).

Inwieweit gilt nun für ein - nunmehr einmal spielerisch angenommenes - $1/r^n$ -Ab-
standsgrundgesetz der Anziehung/der Abstoßung genau $n = 3$? Die Antwort folgt aus der dann
geltenden Differentialgleichung

$$\frac{dh}{dp} = \frac{\int_0^{2\pi} \frac{b - p \cos \varphi}{(b^2 + h^2 + p^2 - 2bp \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi}{\int_0^{2\pi} \frac{h \cos \varphi}{(b^2 + h^2 + p^2 - 2bp \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi} !$$

wenn die verwendete Hyperbelgleichung $h = +\sqrt{p^2 - b^2}$ (oberer Hyperbelast) in die
Differential-Gl. eingesetzt wird: Für das entscheidende Fernfeld gilt der Grenzfall
 $P \rightarrow \infty$, der identisch ist mit dem Grenzverhalten des dh/dp aus dem $\Delta h / \Delta p$ bei den
Messungen, und so ergibt sich für eine jede Messnadel der Grenzwert, genannt s zu

$$s = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{\int_0^{2\pi} \frac{b - p \cos \varphi}{(2p^2 - 2bp \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi}{\int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{p^2 - b^2} \cos \varphi}{(2p^2 - 2bp \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi}$$

$$= \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{2 \int_0^{\pi} \frac{\frac{b}{p} - \cos \varphi}{(1 - \frac{b}{p} \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi}{2 \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{1 - (\frac{b}{p})^2} \cos \varphi}{(1 - \frac{b}{p} \cos \varphi)^{(u+1)/2}} d\varphi}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{b}{r}\right)^2}} \left(\frac{\int_0^\pi \frac{1}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+1)/2}} d\varphi}{\frac{r}{b} \int_0^\pi \frac{\cos \varphi}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+1)/2}} d\varphi} - 1 \right) \\
&= \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{b}{r}\right)^2}} \left(\frac{\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^\pi \frac{1}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+1)/2}} d\varphi}{\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{b}{r}\right)^{-1} \int_0^\pi \frac{\cos \varphi}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+1)/2}} d\varphi} - 1 \right) \\
&= 1 \left(\frac{\int_0^\pi 1 d\varphi}{\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{b}{r}\right) \right]^{-1} \cdot \frac{d}{dr} \left(\int_0^\pi \frac{\cos \varphi}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+1)/2}} d\varphi \right)} - 1 \right) \\
&= \frac{\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{-b}{r^2}\right)^{-1} \int_0^\pi \frac{\frac{\varphi|_0^\pi}{-\frac{n+1}{2} \cos \varphi \left(0 - \frac{b}{r^2} \cos \varphi\right)}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+3)/2}} d\varphi}{\pi} - 1 \\
&= \frac{\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2}{b} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot \frac{b}{r^2} \int_0^\pi \frac{\cos^2 \varphi}{\left(1 - \frac{b}{r} \cos \varphi\right)^{(n+3)/2}} d\varphi}{\pi} - 1 \\
&= \frac{\frac{n+1}{2} \int_0^\pi \cos^2 \varphi d\varphi}{\pi} - 1 = \frac{\frac{n+1}{2} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) \Big|_0^\pi}{\pi} - 1 \\
&= \frac{\frac{n+1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\sin 2\pi}{4} - \frac{0}{2} - \frac{\sin 2 \cdot 0}{4} \right)}{\pi} - 1 = \frac{\frac{n+1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}}{\pi} - 1 \\
&= \frac{4}{n+1} - 1 = \frac{4}{n+1} - \frac{n+1}{n+1} = \frac{3-n}{1+n} \quad (= : \text{Kand})
\end{aligned}$$

als diejenige Endsteigung der Nadel bei ihrer Auslenkung im zunehmenden Fernbereich des Kreisstroms I an der ausgewählten Hyperbelbahn. Der Steigungswinkel aus dem s ist

$\alpha = \arctan s = \arctan \frac{3-n}{1+n}$, das heißt, für $n = 2$ folgt rechnerisch ein $s = 1/3$,

also $\alpha = 18,43494882\dots^\circ$, im deutlichen Unterschied zur Steigung Null und dem Steigungswinkel Null Grad bei $n = 3$. (Der untere Hyperbelast lässt für $n = 2$ entsprechend $s = -1/3$, $\alpha = -18,43494882\dots^\circ$ rechnerisch entstehen.)

Im Experiment wird aber stets $s = 0$, und nicht $s = \pm 1/3$, als Grenzfall, entlang der Hyperbelbahn, erreicht, wie man per Draufsicht deutlich beobachten kann, das bedeutet, $n = 3$ ist richtig, $n = 2$ ist falsch. Das $1/r^2$ -Abstandsgesetz von Anziehung/Abstoßung ist also nicht korrekt. - Ein Ausschlagwinkel von $\pm 18,43\dots^\circ$ unterscheidet sich so deutlich von einem Horizontalwinkel 0° , dass das $1/r^2$ -, auch wegen der im Grenzfall dh/dp bestätigenden Verlaufsmessungen, auf ein umgekehrt kubisches, also $1/r^3$ - Newton-Coulomb-Grundgesetz in den Fachliteraturen zu berichtigen ist.

(Für das elektrische Potential zweier Punktladungen gilt demzufolge ein umgekehrt quadratisches Grundgesetz nach dem Abstände, und tatsächlich ist \vec{r}^2 ein Skalar, genau wie im umgekehrt quadratischen Abstandsgesetz der Photometrie.

Ein Coulomb-Experiment mit der Torsionsdrehwaage nach Schürholz wird davon ausgehen, dass die zwei geladenen Kugeln jeweils eine strikt gleichmäßige Ladungsverteilung auf ihren Oberflächen aufweisen, aber das wird nicht aufrechtzuerhalten sein, besonders dann nicht, wenn beide Kugeln einander nahbefindlich sind. Sollten zudem hierfür elektrotechnische Messgeräte notwendig sein, so beißt sich da die Katze in den Schwanz, denn man kann ja nicht ein Grundgesetz in der Weise bestätigen, dass man Messgeräte verwendet, die zuvor nach eben genau jenem Gesetz gebaut und geeicht worden sind).