Die Zahlen π und e als „Töchter“ der harmonikal gequantelten, hyperbolischen Spirale

GERFRIED HARTMETZ

[Originaltext; 2003 ‚gescannt‘ aus „Bild der kosmischen Evolution“; 1969; H. 1; S. 36-39. Leicht überarbeitet; u.a. Layout etwas geändert.]

Der Autor führt den Nachweis, daß die Naturkonstanten pi und e durch das Bildungsgesetz der hyperbolischen Spirale als gemeinsamer Urformel beschrieben werden.

The autor offers the prove that the natural constants pi and e are to be represented by a common original formula which is the fundamental formula for the construction of the hyperbolic spiral.

(Einfügung 2003: Die beschriebenen Zusammenhänge teilte Walter Schauberger dem Bearbeiter Norbert Harthun mündlich mit. Letzterer regte seinen ehemaligen Studenten Gerfried Hartmetz zu dieser Ausarbeitung an)

Die hyperbolische Spirale $r = k/\varphi$ kommt aus dem Unendlichen und rollt sich mit wachsendem Winkel φ immer mehr um ihren Pol im Nullpunkt ein, um ihn erst nach unendlich vielen Windungen zu erreichen. Die Spirale ist in Bild l dargestellt. Je kleiner der Winkel φ ist, umso mehr schmiegt sich die Spirale der Asymptoten an, die eine Parallele zu $\varphi = 0$ im Abstand k ist. Mit größer werdendem Winkel nähert sich die Spirale immer mehr der Kreisform an, die sie im Grenzfall φ gegen ∞ erreicht.

Die beiden transzendenten Extremfälle, die Gerade und der Kreis, sind die Grundlagen der EUKLIDISCHEN GEOMETRIE!

An dieser Stelle greife ich aus der Vielfalt der möglichen Spiralen eine heraus, nämlich die mit der Konstanten $k = 2\pi$. Die Wahl der Konstanten k geschieht hier völlig willkürlich, geht jedoch auf eine Anregung von WALTER SCHAUBERGER zurück, deren Begründung aber an dieser Stelle zu weit führen würde (1).

Wird zur hyperbolischen Spirale $r \cdot \varphi = 2\pi$, die im Polarkoordinatensystem dargestellt ist, das kartesische Koordinatensystem zusätzlich eingezeichnet, so werden von der Spirale laufend Abschnitte aus den Koordinatenachsen herausgeschnitten, deren Einzellängen als Reihe geschrieben werden können. Aus Bild 2 können folgende vier Reihen entnommen werden:

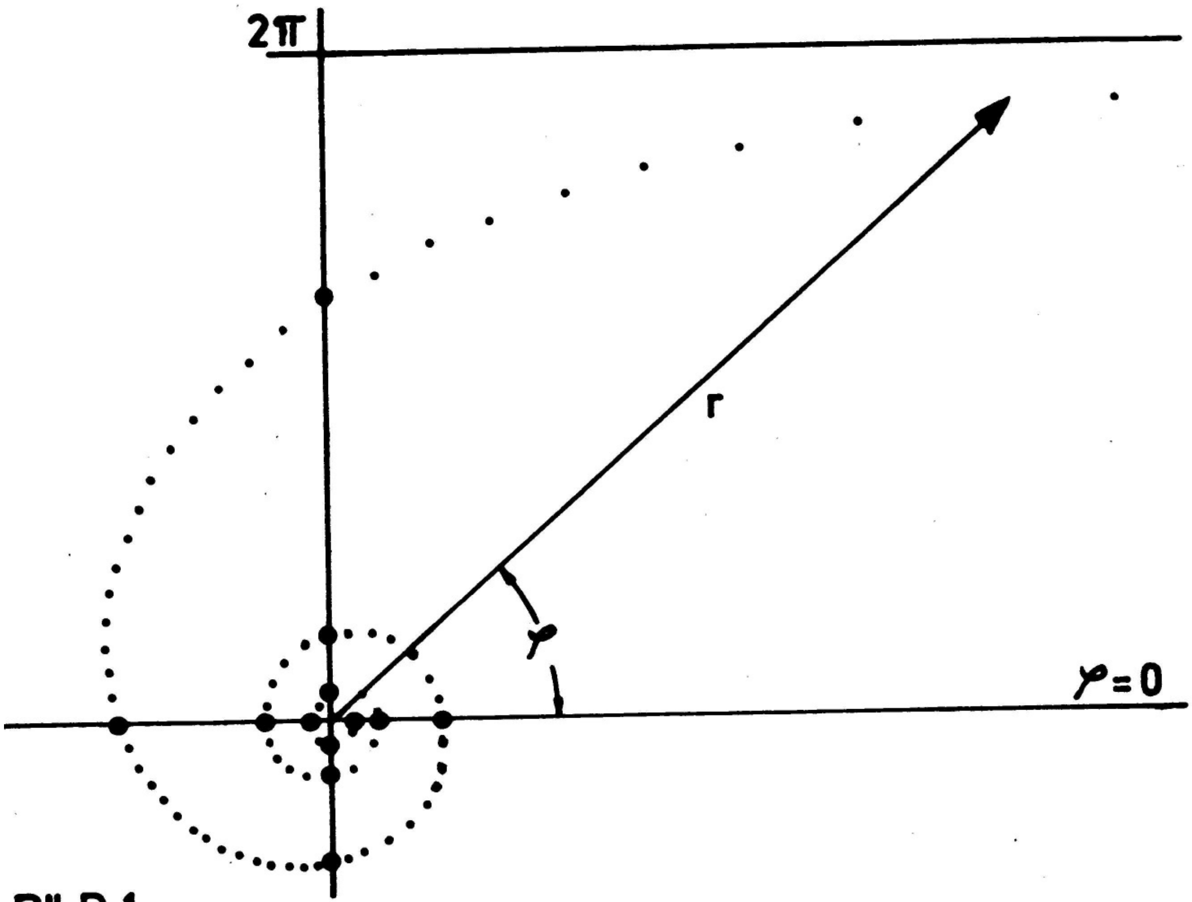
2π
r
φ
φ=0

BILD 1

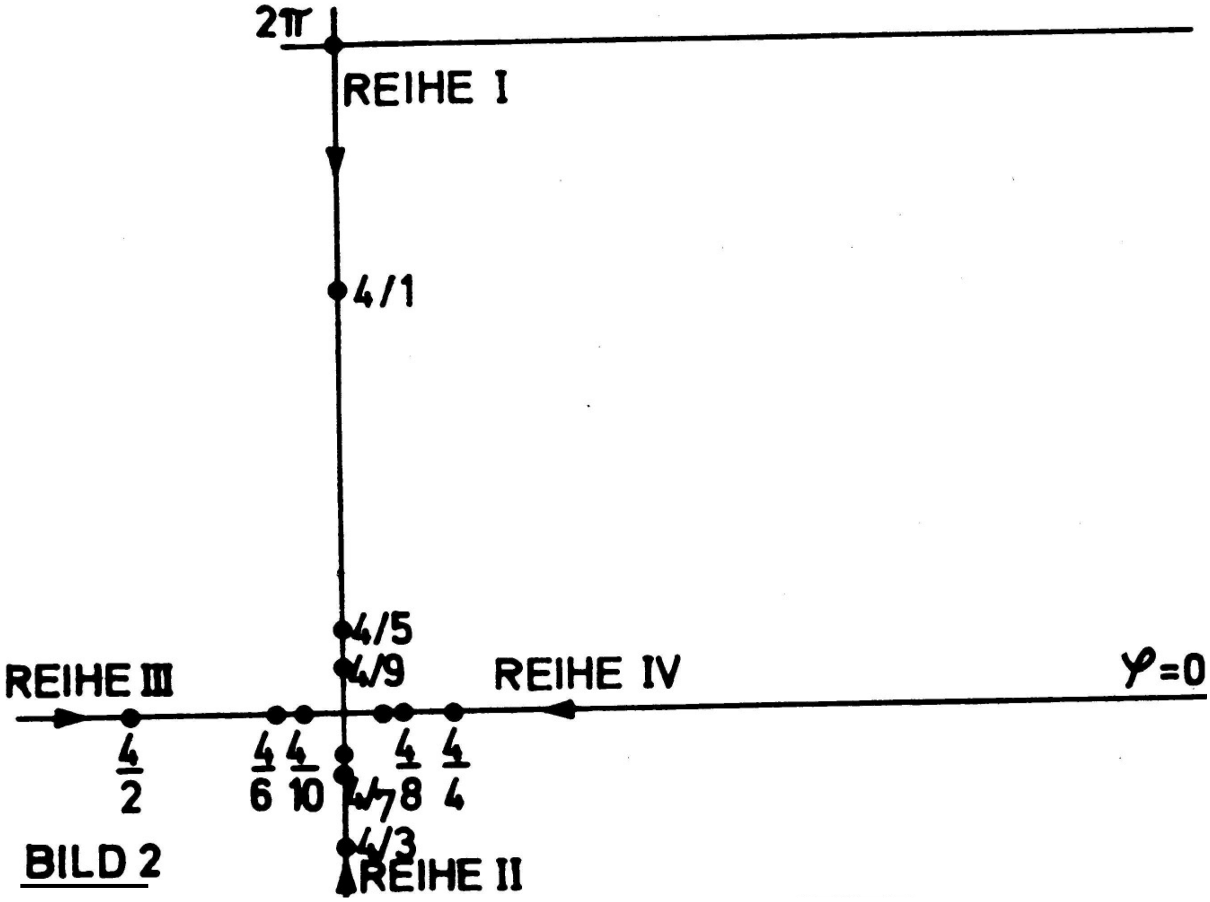
2π
REIHE I
4/1
4/5
4/9
REIHE III
REIHE IV
φ=0
4/2
4/6
4/10
4/7
4/8
4/4
4/3
REIHE II

BILD 2

Reihe I: Schnittpunkte der Spirale mit der positiven Ordinate

4/1 + 4/5 + 4/9 + ...

Reihe II: Schnittpunkte der Spirale mit der negativen Ordinate

4/3 + 4/7 + 4/11 + ...

Reihe III: Schnittpunkte der Spirale mit der negativen Abszisse

4/2 + 4/6 + 4/10 + ...

Reihe IV: Schnittpunkte der Spirale mit der positiven Abszisse

4/4 + 4/8 + 4/12 + ...

Subtrahiert man die Reihe II von der Reihe I, so erhält man als Ergebnis die folgende Reihe (Bild 3):

4 (1 - l/3 + 1/5 - 1/7 + l/9 - 1/11 + 1/13 - +...)

Diese Reihe ist mit der irrationalen Zahl $\boldsymbol{\pi}$ identisch.

Innerhalb der Klammer erkennen wir die LEIBNIZsche Reihe! (2)

(Reihe I) — Reihe II) = $\boldsymbol{\pi}$

Addiert man jeweils die Reihe I und Reihe II: (Ergebnis 1), sowie die Reihe III und Reihe IV: (Ergebnis 2) und subtrahiert dann das zweite vom ersten Ergebnis, so erhält man die folgende Reihe (Bild 4):

4 (1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + 1/5 - 1/6 + - …)

Der Klammerausdruck stimmt mit der Reihe für **ln 2** überein. Um die Reihe für die Zahl ln 2 aufzustellen, lautet damit die Rechenregel:

4 [(Reihe I + Reihe II) - (Reihe III + Reihe IV)] = ln 2

Nimmt man Reihe IV allein (- es handelt sich um die Harmonische Reihe (!); Einfügung 2003, der Bearbeiter -) und versieht alle Glieder mit der Rechenvorschrift „Fakultät", d.h. daß jeder Wert mit allen davor liegenden multipliziert wird, so folgt die Reihe:

1 + 1/2! + 1/3! + 1/4! +...

Die Reihe ist identisch mit der Zahl **e -1**. Die Rechenregel für die irrationale Zahl e - 1 lautet damit (Bild 5):

(Reihe IV) ! = e—l

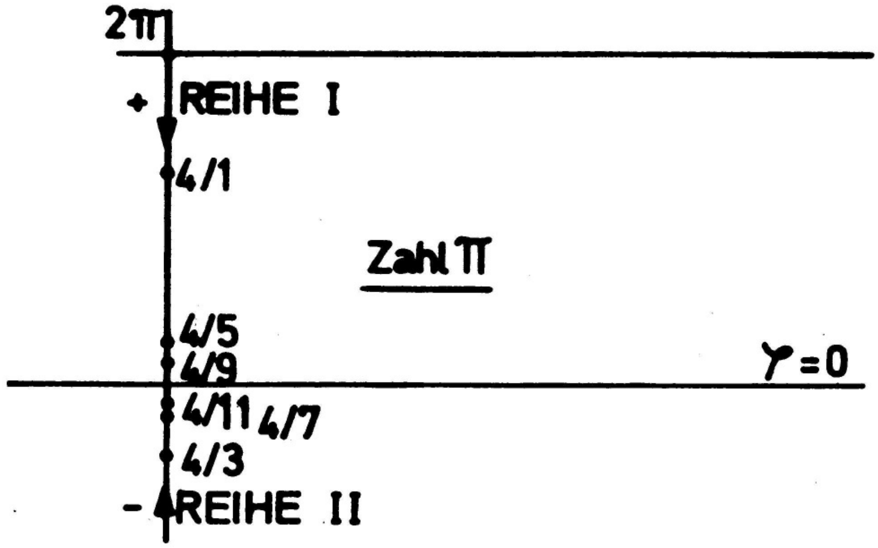

BILD 3

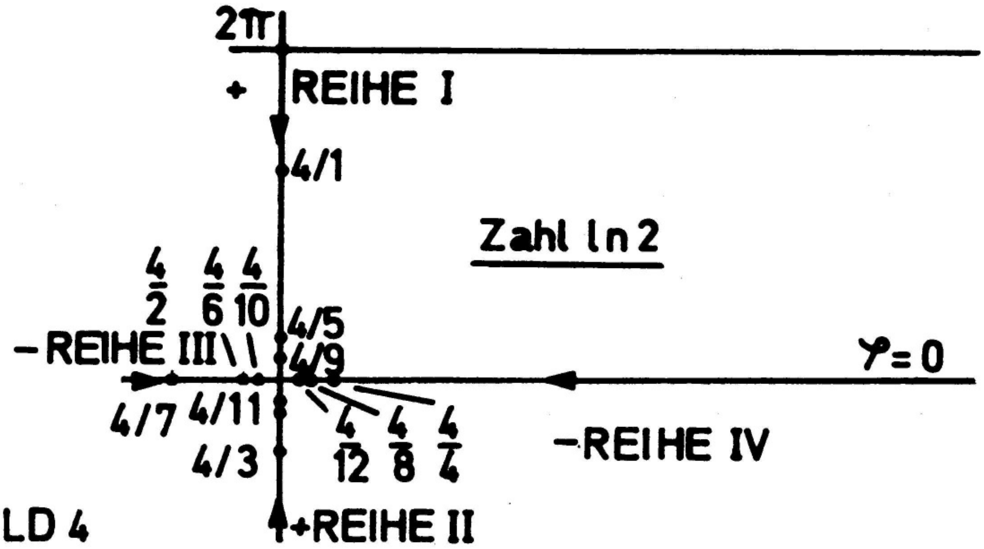

BILD 4

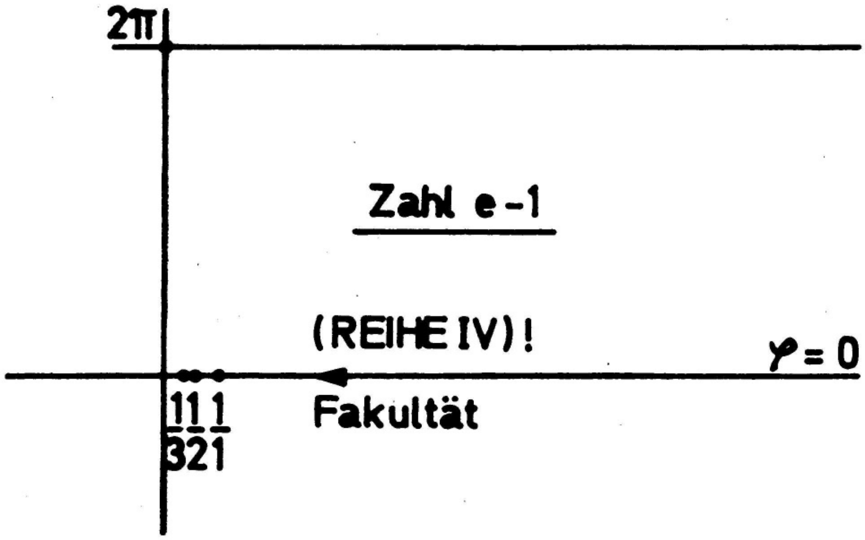

BILD 5

Die hyperbolische Spirale $r = {}^{2\pi}\!/\!_{\varphi}$ bietet damit die Möglichkeit, sozusagen „auf Anhieb" drei Naturkonstanten aus geometrischen Beziehungen abzuleiten, was mit Hilfe der euklidischen Geometrie nicht möglich ist. Ich kann mir schlecht vorstellen, daß es sich bei dieser eleganten geometrischen Darstellung drei so wesentlicher Naturkonstanten wie **π, e** und **ln 2** um einen Zufall handelt. Eher bin ich der Ansicht, daß mit anderen Schnitten durch die hyperbolische Spirale weitere „Merkwürdigkeiten" gefunden werden können, nämlich Dinge, die des Merkens würdig sind!

(1) SCHAUBERGER, W.
Unveröffentlichte Manuskripte Biotechnische Akademie, Lauffen/Ober-Österr.

(2) BRONSTEIN—SEMENDJAJEW: Taschenbuch der Mathematik; Verl. Harri Deutsch, Zürich und Frankfurt